

1905.

LIBRARY  
MICHIGAN STATE NORMAL  
COLLEGE

Nº 4.

# ANNALEN DER P H Y S I K.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 16. HEFT 4.

DER GANZEN REIHE 321. BANDES 4. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,  
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEHEN VON

PAUL DRUDE.



LEIPZIG, 1905.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

ROSSPLATZ 17.

*Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 15 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 45 M.*

*(Ausgegeben am 11. April 1905.)*

# Inhalt.

	Seite
1. C. Dieterici. Über die Flüssigkeitswärme des Wassers und das mechanische Wärmeäquivalent . . . . .	593
2. D. A. Goldhammer. Die Farbenempfindlichkeit des Auges und die photometrische Helligkeit der leuchtenden Körper . . . . .	621
3. U. Behn. Über das Verhältnis der mittleren (Bunsenschen) Kalorie zur 15°-Kalorie ( $c_{0-100}/c_{15}$ ) . . . . .	653
4. W. Merckens. Über strahlenartige Einwirkungen auf die photographische Bromsilbergelatine . . . . .	667
5. Heinrich Hermann. Messung der Wellenlängen roter Linien in einigen Bogenspektren . . . . .	684
6. H. Greinacher. Über die Ursache des Voltaeffekts . . . . .	708
7. K. Prytz. Mikroskopische Bestimmung der Lage einer spiegelnden Fläche. Optischer Kontakt. . . . .	735
8. W. Seitz. Die Wirkung eines unendlich langen Metallzylinders auf Hertz'sche Wellen . . . . .	746
9. A. Winkelmann. Zu der Abhandlung des Hrn. G. N. St. Schmidt: „Über den Einfluß der Temperatur und des Druckes auf die Absorption und Diffusion des Wasserstoffs durch Palladium“ . . . . .	773
10. Ernst Dorn. Heliumröhren als Indikatoren für elektrische Wellen . . . . .	784
11. Gottlieb Kučera. Eine Bemerkung zur Arbeit des Hrn. R. Feustel: „Über Kapillaritätskonstanten etc.“ . . . . .	789
12. G. Schmaltz. Berichtung . . . . .	792

Manuskripte sind an den Herausgeber, **Professor Dr. P. Drude**, zu senden. Seine Adresse ist **Berlin N.W. 7, Neue Wilhelmstr. 16.**

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.



## Selen-Zellen und -Apparate

für

## Telephonie ohne Draht



sowie sämtliche elektrophysikalische Demonstrations-Apparate liefern

**CLAUSEN & v. BRONK,** **Berlin SO. 26,**  
Reichenbergerstr. 36.

☛ Man verlange gratis und franco illustr. Preisliste. ☛







# ANNALEN DER PHYSIK.

## VIERTE FOLGE. BAND 16.

### 1. *Über die Flüssigkeitswärme des Wassers und das mechanische Wärmeäquivalent;* *von C. Dieterici.*

1. Die auf folgenden Seiten mitgeteilten Beobachtungen beziehen sich auf die Bestimmung der Flüssigkeitswärme oder spezifischen Wärme des Wassers und ihre Abhängigkeit von der Temperatur. Es war ursprünglich nur beabsichtigt, die Untersuchung bei hohen Temperaturen, d. h. über  $100^{\circ}$  auszuführen, da die Technik der Kenntnis dieser Größe bei hohen Temperaturen bedarf und die Jubiläumstiftung der Deutschen Industrie mir in dankenswerter Weise die Mittel zur Durchführung der geplanten Untersuchung zur Verfügung gestellt hatte. Indessen zwangen mich die Beobachtungen selbst dazu, sie auch auf niedrigere Temperaturen auszudehnen, und daher ist eine vollständige Untersuchung der Abhängigkeit der spezifischen Wärme des Wassers zwischen  $0^{\circ}$  und  $300^{\circ}$  C. ausgeführt. Da aber wiederum die Bestimmung der Flüssigkeitswärme des Wassers bei niederen Temperaturen zu einem Vergleich mit den Beobachtungen über das mechanische Wärmeäquivalent führte, mußte auch diese Größe einer erneuten Untersuchung unterzogen werden.

Die Beobachtungen wurden im Winter 1903/1904 und 1904 bis 1905 ausgeführt; im ersten Winter war mir Hr. Dr. W. Hechler aus Münster behilflich.

Ich will zunächst die eingeschlagene Methode mit allen Vorsichtsmaßregeln, die Resultate und ihre Ergebnisse in möglichster Knappheit darlegen. Eine dann folgende Vergleichung mit den Beobachtungen anderer Forscher führt zu dem erfreulichen Ergebnis, daß eine Übereinstimmung aller neueren Beobachtungen auf geringe Bruchteile eines Prozentes besteht, daß die alte Frage nach der Abhängigkeit der untersuchten Größe von der Temperatur eine, wie ich hoffe, endgültige Be-

antwortung gefunden hat und damit der gesamten Kalorimetrie eine für die gegenwärtigen Bedürfnisse jedenfalls völlig genügend zuverlässige Basis gewonnen ist.

2. Die Versuche wurden in der Weise ausgeführt, daß eine abgewogene Quantität Wasser in ein Gefäß — Quarzrohr — eingeschlossen auf eine beliebig gewählte Temperatur erhitzt und dann plötzlich in ein Bunsensches Eiskalorimeter einfallen gelassen wurde. Ein Parallelversuch mit einem leeren Quarzrohr lehrt die Gefäßwärme kennen, die Differenz gibt die von der eingeschlossenen Substanz bei seiner Abkühlung auf  $0^{\circ}$  abgegebene Wärme.

So einfach diese ja schon oft angewendete Methode ist, so schwierig ist es doch, wirklich zuverlässige Beobachtungen zu erreichen; denn da die von der Substanz getragene Wärme nur durch die Differenz zweier Beobachtungen gewonnen wird, ist es notwendig auch die Gefäßwärme mit großer Sicherheit zu bestimmen. Zur Verringerung des Einflusses der Gefäßwärme wird man natürlich bestrebt sein, den Rohren möglichst geringe Masse zu geben; das ist aber bei hohen Temperaturen nicht mehr ausführbar, denn bei  $300^{\circ}$  C. ist der Dampfdruck des Wassers rund 100 Atm. und, um solchen Drucken Widerstand zu leisten, muß man die Gefäße starkwandig, also von großer Masse nehmen. Dann überwiegt die Gefäßwärme bei weitem die Substanzwärme und dadurch ist weiter bedingt, daß ein geringer Temperaturfehler, der sonst in Anbetracht des großen Temperaturintervalles nicht ins Gewicht fallen würde, doch wieder von Bedeutung wird, weil er sich in dem Maße stärker für die Substanzwärme geltend macht, als diese kleiner als die Gefäßwärme ist. Hierin liegt ein genereller Nachteil der eingeschlagenen Methode.

Ein zweites die Ergebnisse ungünstig beeinflussendes Moment ist dadurch bedingt, daß stets nur der Integralwert oder der Mittelwert der spezifischen Wärme zwischen  $t$  und  $0^{\circ}$  zur Wahrnehmung gelangt, nicht der Differentialwert oder die (wahre) spezifische Wärme bei  $t$ , letztere vielmehr nur durch Differenzbildung der Integralwerte gewonnen werden kann. Dies ist ein gemeinsamer Nachteil aller Kalorifer und Mischungsmethoden. Auch er kommt um so mehr in Betracht, je größer das umfaßte Temperaturintervall ist, denn sehr geringen Ände-

runge des Mittelwertes entsprechen dann schon große Änderungen bei  $t$ .

Diesen Nachteilen der Methode steht als Vorzug die große Schärfe der Beobachtung gegenüber, der das Eiskalorimeter fähig ist, und der Umstand, daß man nur eine Temperaturbestimmung nötig hat.

Da die Quarzrohre, in denen das Wasser eingeschlossen war, stets ein größeres Volumen  $V$  haben mußten, als die eingefüllte Wassermenge  $M$  im flüssigen Zustand bei  $0^\circ$ , weil sonst die Gefäße durch den enormen Flüssigkeitsdruck auseinander gesprengt worden wären, so gelangt die spezifische Wärme eines Zweiphasensystems von der Masse  $M$  und dem Volumen  $V$  zur Beobachtung. Nach der in meiner früheren Arbeit abgeleiteten Gleichung:

$$[Q]_0^t = [m\varrho]_0^t + M \int_0^t c_i d\vartheta = [m\varrho]_0^t + M c_{im} \cdot t,$$

worin  $m$  die vorhandene Dampfmenge,  $\varrho$  die innere Verdampfungswärme,  $c_i$  die Energieänderung der Flüssigkeit unter dem Sättigungsdruck, also die spezifische Wärme unter Sättigungsdruck vermindert um die verschwindend kleine mit der Flüssigkeitsausdehnung verbundene äußere Arbeit,  $c_{im}$  den Mittelwert darstellen, zerfällt die gesamte Substanzwärme  $[Q]_0^t$  in zwei Teile, in die Dampfwärme  $[m\varrho]_0^t$  und die Flüssigkeitswärme.

Der erstere Teil stellt eine kleine, stets sicher berechenbare kleine Korrektur dar, denn  $m_t$ , die bei  $t^\circ \text{C.}$  vorhandene Dampfmenge, ist durch

$$m_t = \frac{V - M v_1}{v_2 - v_1}$$

bestimmt, worin  $v_2$  und  $v_1$  das spezifische Volumen des Dampfes bez. der Flüssigkeit unter dem Sättigungsdruck  $p$ , bei  $t$  darstellt, und ferner ist

$$\varrho = \left( \vartheta \cdot \frac{d p_0}{d \vartheta} - p_s \right) (v_2 - v_1)$$

nach bekannter Gleichung der mechanischen Wärmetheorie. Aus dem Produkt  $m\varrho$  fällt der Faktor  $(v_2 - v_1)$ , welcher ja stets die Berechnung der Verdampfungswärme unsicher macht, heraus und es bleibt nur der Faktor  $(\vartheta \cdot d p_s / d \vartheta - p_s)$  oder die innere Verdampfungswärme für die Raumeinheit, die aus den Dampfdruckbeobachtungen stets sicher berechenbar ist,

und der Faktor ( $V - Mv_1$ ) bestehen, der, wenn das gesamte Hohlvolumen  $V$  des Versuchsrohres vor der Füllung bestimmt und das spezifische Volumen der Flüssigkeit bekannt ist, jederzeit sicher genug angegeben werden kann.

3. Von experimentellen Einzelheiten sei folgendes erwähnt: Die Versuchsrohre wurden, wie bemerkt, aus Quarzrohren, von Heraeus in Hanau bezogen, hergestellt. Quarz wurde gewählt zunächst wegen der bekannten Eigenschaft großer Druck- und Temperaturfestigkeit. In der Tat ist es überraschend, daß man solche Rohre, auf  $300^\circ \text{C.}$  erhitzt, plötzlich in die Spülflüssigkeit von  $0^\circ$  im Kalorimeter einfallen lassen kann, ohne daß sie springen, während doch im Moment des Einfallens ein einseitiger innerer Druck von 100 Atm. besteht. Zweitens ist es bekannt, daß so hoch erhitztes Wasser das Alkali des Glases löst; das ist bei Quarz nicht möglich und drittens ist Quarz ein vollkommen homogenes Material und daher kann man sicher sein, daß die an einem leeren Rohr ermittelte spezifische Wärme des Quarzes auch für ein gefülltes Rohr zur Berechnung des Wärmeballastes des Gefäßes angewendet werden kann. Versuche zur Ermittlung der spezifischen Wärme des Quarzes mit verschiedenen Quarzrohren ergaben völlig identische Werte. Man hätte, wie es schon Velten, Louguinine, Schükarew taten, auch Platingefäße anwenden können, um durch die geringe spezifische Wärme des Platins den Wärmeballast des Gefäßes herabzudrücken. Indessen kann man sich leicht ausrechnen, daß um gleiche Druckfestigkeit zu erzielen, die Platinmasse dann so viel mal größer werden muß, als die Quarzmasse, daß das Produkt aus Masse und spezifischer Wärme bei Quarz geringer wird, als bei Platin.

Es kamen drei Sorten von Quarzrohren zur Verwendung; die erste Sorte von nur etwa 0,5 mm Wandstärke, lichte Weite etwa 6–7 mm, Länge etwa 8 cm. Die Rohre können nicht wie Glasrohre völlig kalibrisch und gleicher Wandstärke hergestellt werden, die gemachten Angaben sind also nur näherungsweise gültig. Diese Rohrsorte konnte bis etwa  $140^\circ$ , also bis zu 4 Atm. innerem Dampfdruck benutzt werden.

Eine zweite Rohrsorte von gut 1 mm Wandstärke und nur 5 mm lichter Weite hielt Drucke bis zu 35 Atm. aus, explodierte zum Schaden der Untersuchung bei etwa  $240^\circ \text{C.}$

Eine dritte Sorte von etwa 2,5 mm lichter Weite und gleicher Wandstärke konnte bis 300° C. sicher benutzt werden, hielt also den bei 300° bestehenden Dampfdruck von 100 Atm. sicher aus.

Die Rohre wurden am einen Ende rund zugeblasen, nahe dem offenen Ende verjüngt, sorgfältig — selbstverständlich unter Berücksichtigung des Luftauftriebes — gewogen; ihr Hohlraum durch Wägung mit Hg bis zu einer an der Verjüngung angebrachten Marke bestimmt. Das zur Fällung dienende destillierte Wasser wurde aus einem kleinen Entwicklungskolben als Dampf in die Quarzrohre geleitet und in ihnen kondensiert. War Wasser im Überschuß vorhanden, so wurde das noch warme Rohr an die Wasserluftpumpe gesetzt und das überschüssige Wasser verdampft. Im geeigneten Augenblick wurde das Rohr dann an der markierten Stelle mit dem Wasserstoff-Sauerstoff-Gebläse zugeschmolzen, das abgezogene Stück und das gefüllte Stück gewogen. Die Masse des Gefäßes, der Füllung und das Hohlvolumen sind dann durch die drei Wägungen bestimmt. Das Rohr luftfrei gefüllt. Das Behandeln der Quarzrohre in dem Gebläse bietet keine Schwierigkeit, nur muß man beim Zuschmelzen darauf achten, daß man nicht zu schnell das abzuschmelzende Stück abzieht, weil man sonst leicht dünne Quarzfäden auszieht, welche, von der Gebläseflamme fortgeblasen, nachher am Gewicht fehlen. Die Rohre wurden mehrfach wieder aufgeschnitten, neu zusammengeblasen, mit neuer Füllung versehen und je nach dem beabsichtigten Zweck verändert.

Zur Erhitzung der Versuchsrohre dienten Thermostaten, welche elektrisch geheizt wurden. Da die Thermostaten an einem Schnurlauf hängend schnell über das eben geöffnete Kalorimeter gebracht und wieder entfernt werden mußten, war die elektrische Heizung geboten.

Für Temperaturen bis 30° C. diente ein Wasserthermostat aus zwei konzentrischen Messingrohren gebildet, das innere Fallrohr, 40 cm lang, etwa 10 mm lichter Weite, in dem durch einen seitlichen Stift das Versuchsrohr gehalten wurde, das äußere von etwa 8 cm Durchmesser und gleicher Länge. Der Zwischenraum wurde mit Wasser gefüllt, welches durch eine außen aufgewickelte Heizspirale erwärmt wurde, während gleich-

zeitig durch zwei in der Außenwand eingelötete Rohre Luft aus dem Beobachtungszimmer ( $6-10^{\circ}\text{C.}$ ) mit einer Wasserstrahlpumpe in langsamem Strom durchgesaugt wurde.

Während die elektrische Heizung das Wasser erwärmte, sorgte der Luftstrom für Umrühren und Kühlen des Wassers. Bei passendem Regulieren stellte sich jede beliebige Temperatur bis  $30^{\circ}$  nach 10—12 Stunden her und blieb dann genügend konstant.

Für die Temperaturen  $35-150^{\circ}$  wurde ein aus Zinkblech hergestellter, den Siedeapparaten ähnlicher Dampfthermostat mit doppelwandigem Dampfmantel und Rückflußkühler, in dem Äther  $35^{\circ}$ , Schwefelkohlenstoff  $45^{\circ}$ , Aceton  $56^{\circ}$ , Methylalkohol  $65^{\circ}$ , Äthylalkohol  $78^{\circ}$ , ein konstant bei  $87^{\circ}$  siedendes Gemisch von Propylalkohol und Wasser, Wasser  $100^{\circ}$ , Toluol  $110^{\circ}$ , Chlorbenzol  $132^{\circ}$ , Brombenzol  $156^{\circ}$  elektrisch zum Sieden gebracht wurde, benutzt. Für höhere Temperaturen diente ein hart gelöteter aus zwei konzentrischen Kupferrohren hergestellter, dem bei niederen Temperaturen benutzten ähnlich gebauter Flüssigkeitsthermostat, bei dem die eingefüllten Flüssigkeiten Anilin  $180^{\circ}$ , Toluidin  $200^{\circ}$ , Methylsalicylat  $220^{\circ}$ , Iso-butylsäureester  $240^{\circ}$ , Isoamylsäureester  $260^{\circ}$  und Diphenylamin  $300^{\circ}$  durch eine kräftige, außen aufgewundene Heizspirale zum Sieden gebracht wurden. Da die Erhitzung auf der ganzen Außenfläche der etwa 30 cm hohen Flüssigkeitssäule stattfand, wurde die Flüssigkeitssäule durch das Sieden selbst lebhaft umgerührt, so daß Temperaturschichten sich nicht ausbilden konnten. Ein oben aufgesetzter Rückflußkühler sorgte für die Kondensation der Dämpfe.

Man kann gewiß durch Anwendung von Druckregulatoren noch besser funktionierende Thermostaten konstruieren; wenn man aber zugleich die Bedingung erfüllen muß, daß der Erhitzungsapparat schnell und leicht über das Kalorimeter gebracht und nach dem Einfallen des Versuchsrohres wieder entfernt werden soll, so ist es nicht möglich, alle zur absoluten Temperaturkonstanz nötigen Vorsichtsmaßregeln zu erfüllen. Es hat aber keinen Zweck, auf der einen Seite die Feinheit des Thermostaten zu vergrößern, wenn man auf der anderen Seite an Feinheit der kalorimetrischen Beobachtung verliert. Denn zur Erreichung der höchsten kalorimetrischen Genauig-

keit ist es nötig, daß alle zum Einfallen des Versuchsrohres in das Kalorimeter nötigen Manipulationen in wenigen Sekunden ausgeführt werden, damit das Kalorimeter nicht ganz unkontrollierbare Störungen durch Annäherung des Thermostaten erfährt, und ebenso ist nötig, daß das Versuchsrohr ohne seitlich am Hals des Kalorimeters anzuschlagen, direkt in die kalorimetrische Spülflüssigkeit gleitet. Dazu ist leichte und sichere Beweglichkeit des Thermostaten erforderlich.

Zur Temperaturbestimmung benutzte ich im Winter 1903 bis 1904 die Veränderung eines Platinwiderstandes, welcher zugleich mit dem Versuchsrohr, dieses eng umgebend, in den Heizapparat eingesenkt wurde. Diese Art der Temperaturbestimmung habe ich bei den späteren Versuchen gänzlich zurücktreten lassen und sie durch direkte Temperaturablesung an geeichten Hg-Thermometern ersetzt. Denn abgesehen von der größeren Bequemlichkeit, muß man den Hg-Thermometern aus prinzipiellen Gründen für die hier verfolgten Zwecke den Vorzug geben. Denn wenn in den Thermostaten kleine schnell vorübergehende Temperaturschwankungen durch Siedeverzüge oder sonstige Ursachen vor sich gehen, so nimmt der schnell folgende Platinwiderstand die Momentantemperatur an. Das thermisch viel trägere Versuchsrohr hat aber die Mitteltemperatur und deshalb ist es prinzipiell richtiger, bei diesen Versuchen die Temperatur mit einem Apparat annähernd gleicher thermischer Trägheit zu bestimmen, wie das Versuchsrohr. Das ist bei Hg-Thermometern der Fall; sie wurden stets vollständig in den Thermostaten eingesenkt und nur zum Zweck der Ablesung bis zum Quecksilberstand herausgezogen, so daß die lästige Fadenkorrektion vermieden wurde.

Über die Behandlung des Eiskalorimeters verweise ich auf frühere Arbeiten; die Veränderung des Eismantels wurde nach der von Schuller und Wartha eingeführten Wägungsmethode bestimmt. Erwähnt sei nur folgende neuere Erfahrung: Hat man durch den Boysschen Luftmantel und Reinheit des das Kalorimeter umgebenden Wassers für einen sehr kleinen „Gang“, etwa 0,5 oder 1 mg Hg per Stunde gesorgt, so tritt es oft auf, daß der Gang während mehrerer Vorperioden ausbleibt, um bei der dritten oder vierten Periode das wieder mehr zu geben, was in den vorigen Perioden fehlte. Die



Ursache liegt darin, daß an der Saugspitze sich der Kontakt mit dem Quecksilber des untergesetzten Gefäßes nicht herstellt. Diese Störung, die nur auftritt bei sehr kleinen Gängen, habe ich dadurch vermieden, daß ich einen Pt-Draht in den oberen Teil der zur Saugspitze führenden Kapillare einschmolz, einen zweiten mit dieser zugleich in das untergesetzte Hg-Gefäß eintauchen ließ. Läßt man dann einen Induktionsschlag eines kleinen Induktionsapparates durch die Saugspitze hindurchgehen, so überwindet man die Kapillarwirkung in der Saugspitze, eine mit Stromquelle eingeschaltete elektrische Klingel zeigt sofort den Eintritt des Kontaktes an. Man hat es mit einer Kohärerwirkung zu tun.

Als Spülflüssigkeit im Kalorimeter wurde Wasser, bei hohen Erhitzungen Petroleum oder eine andere hochsiedende Flüssigkeit verwendet.

4. Von den Resultaten gebe ich zunächst eine abgekürzte Zusammenstellung der mit leeren Quarzrohren ausgeführten Versuche. Da diese nur sekundäres Interesse haben, genügt es die aus 2—4 Versuchen erhaltenen Mittelzahlen anzugeben; die Einzelversuche differierten nur um 0,1—0,2 Proz., nur bei der niedrigsten Temperatur stieg infolge des mehr ins Gewicht fallenden Temperaturfehlers die Differenz der Einzelversuche auf 0,5 Proz.

Die mittlere pro Gramm Quarz und 1° C. eingesogene Hg-Menge  $q_m$  bei Abkühlung von der Erhitzungstemperatur auf 0° ergab:

Tabelle 1.

$t$	$q_m$ beobachtet	$q_m$ berechnet I	$q_m$ berechnet II
18°	2,6453 mg Hg	2,6441	2,6494
56	2,7387	2,7420	2,7480
78	2,7990	2,7987	2,8027
99	2,8543	2,8528	2,8541
125	2,9247	2,9198	2,9153
132	2,9319	2,9377	2,9313
221	3,1291	3,1672	3,1228
241	3,1608		3,1624
261	3,1984		3,1985
303	3,2685		3,2768



Für die Temperaturen unter  $100^{\circ}$  stellt die lineare Interpolationsformel:

$$(I) \quad q_m = (2,5977 + 0,002577 \cdot t) \text{ mg Hg}$$

die pro Gramm Quarz und  $^{\circ}\text{C.}$  ausgeschiedenen Hg-Mengen am besten dar, wie die obige Kolumne 3 zeigt. Für höhere Temperaturen genügt es nicht mehr eine lineare Abhängigkeit anzunehmen, die quadratische Formel

$$(II) \quad q_m = 2,6011 + 0,0027114 \cdot t - 0,000001588 t^2$$

stellt nach der Kolumne 4 der Tabelle die Beobachtungen bei hohen Temperaturen gut dar.

Die Formel (I) ist bei den folgenden Beobachtungen unter  $100^{\circ}$ , die Formel (II) von  $100^{\circ}$  an benutzt, um den jeweiligen Wärmeballast  $B$  der Versuchsrohre zu berechnen.

Die spezifische Wärme des Quarzes, bezogen auf die Bunsensche Kalorie, für welche die nachfolgenden Versuche 15,491 mg Hg ergeben, erhält man durch Division mit dieser Zahl. Man hat also nach Formel (II)

$$c_m = 0,16791 + 0,0001750 t - 0,0000001025 \cdot t^2$$

und

$$c_t = 0,16791 + 0,000350 t - 0,0000003075 \cdot t^2$$

zu setzen.

Die spezifische Wärme des Quarzes ändert sich hiernach in ganz analoger Weise, wie diejenige des Glases nicht genau linear, sondern mit steigender Temperatur langsamer.

Man kann im Zweifel sein, ob die beobachtete Änderung nicht vielleicht einem mit steigender Temperatur wachsenden Wärmeverlust im Moment des Einfallens zuzuschreiben ist, indessen erscheint dieser Zweifel hinfällig, da verschieden gestaltete und verschieden dicke Rohre gleiche Zahlen ergaben, zudem von Pionchon<sup>1)</sup> eine ganz ähnliche Änderung beobachtet ist.

5. Die ersten Versuche beziehen sich auf die Bestimmung derjenigen Quecksilbermenge, welche die mittlere  $100^{\circ}$ - bis  $0^{\circ}$ -Kalorie, die stets die Bunsensche genannt werden soll, im Eiskalorimeter zum Einsaugen bringt.

1) Vgl. A. Winkelmann, Handbuch II 2. p. 342. I. Aufl. 1896.

Die definitiven Versuche wurden mit vier verschiedenen Versuchsrohren ausgeführt, deren Quargewicht  $Q$ , Gewicht der Füllung  $M$  und Hohlraum  $V$  vorweg angegeben sind. Die Tabelle enthält neben der Erhitzungstemperatur das unmittelbar beobachtete Gewicht der eingesogenen Quecksilbermenge, dann die Gangkorrektur und den nach den in Abschnitt 4 gegebenen Formeln berechneten Wärmeballast  $B$  des Gefäßes, dann folgt in Milligramm Hg die geringe Verdampfungskorrektur  $[m]_0^t$ , nach deren Abzug die Quecksilbermenge  $Hg_0$  übrig bleibt, die durch Division mit  $Mt$  die Quecksilbermenge ergibt, welche der mittleren Kalorie entspricht.

	<i>Q</i>	<i>M</i>	<i>V</i>
Rohr 4	2,6922 g	1,9231 g	2,45 cbcm
" 4a	3,1833	2,5377	3,13
" 8	2,6564	2,1752	2,53
" 5	2,9059	0,6546	1,02

Tabelle 2.

[illegible]

Sämtliche Versuche liegen zwischen 15,476 und 15,520, also innerhalb nicht ganz 0,3 Proz. Die relative Genauigkeit der Versuche ist also jedenfalls zufriedenstellend. Bei der Bildung des Gesamtmittels ist zu berücksichtigen, daß die Versuche mit dem Rohr 5, weil dieses nur eine erheblich kleinere Wassermasse enthielt, nur mit halbem Gewicht in Rechnung zu ziehen sind; man erhält dann als Gesamtmittel

15,491 mg Hg

und kann die relative Genauigkeit dieser Zahl auf 0,05 Proz. annehmen.

Da sie nicht unerheblich von der von Schuller und Wartha gefundenen 15,44<sup>1)</sup> abweicht, welche ich selbst bisher immer angenommen habe, weniger von der von Velten gefundenen 15,47<sup>2)</sup>, so entsteht die Frage, ob konstante Fehler vorhanden sind, und in welchem Maße sie das Resultat entstehen lassen können. Da die Temperaturbestimmung mit verschiedenen von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt geeichten Thermometern geschah, kann an einen konstanten Temperaturfehler bei meinen Versuchen nicht gedacht werden, während natürlich ein solcher bei den älteren Beobachtungen nicht ausgeschlossen ist. Eine zweite Ursache für konstante Fehler liegt in der Gefäßwärme *B*, denn wenn diese auf 1 Proz. ungenau wäre, so würde sie das Resultat der Beobachtungen bei Rohr 4, 4a, 8 mit etwa 0,2 Proz., bei Rohr 5 mit 0,4 Proz. beeinflussen. Nun lagen aber die Einzelbeobachtungen bei Bestimmung der spezifischen Wärme des Quarzes stets innerhalb 0,2 Proz., ihr Mittel kann also auf 0,1 Proz. sicher angenommen werden. Demnach kann die mögliche Unsicherheit der Gefäßwärme nur einen Fehler von 0,02 bez. 0,04 Proz. bedingen. Eine weitere Gewähr dafür, daß das erhaltene Resultat nicht merklich durch einen Fehler der Gefäßwärme beeinflusst sein kann, liegt darin, daß die Versuche mit vier verschiedenen Rohren ausgeführt sind, bei denen die Massen des Gefäßes und der Füllung merklich verschieden waren. Würde ein konstanter Fehler in der spezifischen Wärme des

1) A. Schuller u. V. Wartha, Wied. Ann. 2. p. 368. 1877.

2) A. W. Velten, Wied. Ann. 21. p. 58. 1884.

Quarzes liegen, so wäre es nicht möglich, daß die verschiedenen Rohre gleiche Zahlen für die der mittleren Kalorie entsprechende Quecksilbermenge ergeben.

Schuller und Wartha haben nur mit einem Rohre ihre Versuche ausgeführt; es ist wohl möglich, daß bei jenen Bestimmungen ein konstanter Fehler in der Gefäßwärme begangen ist, da die Kontrolle durch ein zweites fehlt. Veltens Versuche liegen zwischen 15,45 und 15,50, greifen also in das Intervall, in dem meine Versuche liegen, über. Es ist wohl nur der geringeren Zahl (6) der Versuche von Velten zuzuschreiben, daß sein Mittel um 0,13 Proz. von dem meinigen abweicht.

Es werden sich aber später noch weitere Beweise dafür beibringen lassen, daß die Zahl 15,491, die ich nach meinen Versuchen im folgenden zugrunde legen muß, nicht wohl mehr als den angegebenen Fehler haben kann.

6. In der folgenden Tab. 3 stelle ich alle weiteren Versuche zusammen. Für die Temperaturbestimmung bis  $30^{\circ}$  diene ein in  $0,1^{\circ}$  geteiltes Normalthermometer von Fuess, welches noch  $0,01^{\circ}$  zu schätzen gestattete, für höhere Temperaturen kamen vier von C. Richter in Berlin bezogene Thermometer in Anwendung, welche in  $0,5^{\circ}$  geteilt waren, so daß  $0,05^{\circ}$  C. noch sicher geschätzt werden konnten. Alle Thermometer waren von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt geeicht. Außer den schon benutzten Röhren 4, 4a, 5, 8 kamen noch die Rohre 6, 7, 9 und 10 zur Anwendung, von denen 6 und 7 bei  $240^{\circ}$  C. explodierten; ebenso waren die Rohre 1 bis 3 teils durch Explosion, teils durch andere Unglücksfälle zugrunde gegangen. Die Charakteristik der Rohre war:

Nr.	$Q$	$M$	$V$
Rohr 6	2,3015 g	0,7908 g	1,15 ccm
„ 7	2,0699	0,5481	0,80
„ 9	10,6488	0,5334	0,91
„ 10	7,9976	0,3517	0,63

Tabelle 3.

Nr.	$t^{\circ}$	Hg <sub>beob.</sub> mg	Korr. mg	B mg	$[m \varphi]_0$ mg	Hg <sub>∞</sub>	Hg <sub>i</sub> mg Hg
4a	14,58	693,9	+4,3	122,3	0	575,9	15,565
8	14,56	591,5	+3,9	102,0	0	493,4	15,579
4a	14,59	695,0	+3,8	122,5	0	576,3	15,565
8	14,57	591,6	+3,6	102,1	0	493,1	15,559
	14,58					Mittel	15,567
4a	20,69	983,9	+4,5	174,7	0	813,7	15,498
8	20,69	839,6	+4,3	145,8	0	698,1	15,511
4a	20,70	985,6	+4,0	174,8	0	814,8	15,511
	20,69					Mittel	15,507
4a	24,48	1164,9	+3,5	207,3	0,1	961,0	15,469
8	24,47	994,6	+3,2	172,9	0,1	824,8	15,496
4a	24,63	1173,9	+2,7	208,6	0,1	967,9	15,485
	24,53					Mittel	15,483
4a	29,84	1420,6	+4,6	254,1	0,1	1171,0	15,464
8	29,22	1186,2	+3,8	207,5	0,1	982,5	15,458
4a	29,07	1388,3	+2,6	247,3	0,1	1141,5	15,474
8	28,98	1180,0	+2,4	205,7	0,1	976,6	15,492
	29,28					Mittel	15,472
8	34,60	1410,6	-2,0	246,9	0,1	1161,6	15,433
8	34,65	1410,4	+1,8	247,3	0,1	1164,8	15,454
8	34,60	1410,3	+0,1	246,9	0,1	1163,5	15,468
4a	34,65	1654,2	+1,7	296,4	0,2	1359,3	15,458
4a	34,60	1653,3	+0,4	295,9	0,2	1357,6	15,461
	34,62					Mittel	15,455
4a	45,95	2196,7	+2,0	397,3	0,3	1801,1	15,446
8	45,80	1869,1	+1,8	330,4	0,2	1540,0	15,458
8	45,80	1871,6	+0,5	330,6	0,2	1541,3	15,464
	45,85					Mittel	15,456
4a	55,20	2647,5	+2,0	481,5	0,5	2167,5	15,473
8	55,35	2264,6	+1,8	403,1	0,3	1863,0	15,468
8	56,50	2309,3	+3,2	411,7	0,3	1900,5	15,464
	55,7					Mittel	15,468

Tabelle 3 (Fortsetzung).

Nr.	$t^{\circ}$	Hg <sub>beob.</sub> mg	Korr. mg	B mg	[m $\varrho$ ] <sub>10</sub> mg	Hg <sub>∞</sub>	Hg <sub>1</sub> mg H <sub>2</sub>
8	64,60	2643,4	+ 3,7	474,4	0,4	2173,3	15,468
4a	64,65	3105,0	+ 3,0	568,9	0,7	2538,4	15,472
8	64,65	2648,6	+ 3,0	474,9	0,4	2176,3	15,472
	64,63					Mittel	15,471
8	78,00	3207,9	0,0	580,5	0,5	2626,9	15,483
8	78,00	3203,9	+ 3,2	580,5	0,5	2626,1	15,478
5	78,00	1423,7	+ 2,5	634,7	0,7	790,6	15,483
	78,00					Mittel	15,481
8	87,75	3610,6	+ 2,8	659,1	0,8	2953,5	15,470
4a	87,80	4238,7	+ 1,9	789,8	1,6	3449,2	15,480
8	87,75	3612,9	+ 2,3	659,1	0,8	2953,8	15,480
	87,77					Mittel	15,477
8	109,48	4525,0	+ 2,1	837,2	1,6	3688,3	15,490
5	109,50	2029,9	+ 1,0	916,1	2,1	1112,7	15,525
8	109,50	4530,4	+ 0,3	837,3	1,6	3691,8	15,500
8	110,50	4573,6	+ 2,5	846,0	1,6	3728,5	15,512
	109,7					Mittel	15,506
8	130,55	5425,5	+ 1,2	1015,4	2,8	4408,5	15,524
5	130,75	2447,7	+ 0,5	1112,6	3,9	1331,7	15,559
5	131,00	2450,5	+ 2,8	1115,0	3,9	1334,4	15,561
	130,75					Mittel	15,548
5	156,05	2955,8	+ 2,6	1353,9	6,3	1593,2	15,646
5	156,20	2958,4	+ 4,7	1355,3	6,3	1601,5	15,663
	156,12					Mittel	15,654
5	182,9	3500,2	+ 3,6	1617,8	10,2	1875,8	15,667
5	182,1	3484,7	+ 4,7	1609,8	10,2	1869,4	15,682
5	182,8	3499,7	+ 3,7	1616,8	10,2	1876,4	15,680
	182,6					Mittel	15,676
6	200,25	3926,4	- 4,0	1419,7	12,2	2490,5	15,727
5	200,9	3892,9	- 6,4	1799,3	12,9	2074,8	15,773
6	200,25	3926,6	- 1,7	1419,7	12,2	2493,0	15,743
5	200,30	3874,3	- 4,7	1793,1	12,9	2063,6	15,739
	200,4					Mittel	15,745

Tabelle 3 (Fortsetzung).

Nr.	$t^{\circ}$	Hg <sub>beob.</sub> mg	Korr. mg	B mg	$[m\varrho]_0^t$ mg	Hg <sub>ω</sub>	Hg <sub>1</sub> mg Hg
5	219,1	4272,3	-1,2	1986,0	16,9	2268,2	15,815
6	221,2	4369,2	-1,9	1590,0	15,3	2762,0	15,790
7	223,1	3390,0	-2,1	1444,1	10,5	1933,3	15,810
5	221,4	4317,6	-3,4	2009,5	17,1	2287,6	15,784
	221,2					Mittel	15,800
10	241,0	6999,3	+5,1	5636,9	20,0	1347,5	15,900
10	241,25	7004,0	+3,2	5643,7	20,2	1343,3	15,850
10	240,8	6999,6	-2,0	5631,7	19,6	1346,3	15,899
10	240,6	6994,5	+0,8	5626,5	19,5	1349,3	15,947
	240,9					Mittel	15,900
10	259,5	7619,6	+2,3	6141,7	23,8	1456,4	15,956
9	259,25	11079,2	+2,3	8826,8	30,9	2233,8	16,081
10	258,25	7578,4	+4,0	6104,5	23,0	1454,8	16,020
10	259,05	7612,0	+0,8	6127,8	23,5	1461,5	16,043
	259,00					Mittel	16,005
10	302,75	9099,7	0,0	7338,0	30,0	1731,7	16,265
10	303,50	9121,8	-0,5	7359,0	30,4	1732,9	16,236
10	303,80	9136,1	-3,4	7367,1	30,9	1734,7	16,237
	303,3					Mittel	16,246

Die relative Genauigkeit der vorstehenden Versuche ist im Durchschnitt 0,2 bis 0,3 Proz., so daß das Mittel auf weniger als 0,1 Proz. genau angesehen werden kann; die absolute Genauigkeit ist aber verschieden; denn bei den niedrigsten Temperaturen macht schon der bei der Temperaturablesung mögliche Schätzungsfehler von 0,01° C. nahezu 0,1 Proz. für das Resultat aus. Daher muß man für die niedrigsten Temperaturen einen Fehler von 0,1 bis 0,2 Proz. zulassen. Am genauesten sind dann die Versuche zwischen 50° und 130°, bei denen der Temperaturfehler zurücktritt und zugleich die Gefäßwärme  $B$  klein — etwa ein Viertel — der auf die eingeschlossene Substanz entfallenden Wärme ausmacht. Schon etwas weniger genau sind dann die Versuche zwischen 150 und 220°, weil bei ihnen die Gefäßwärme schon nahezu gleich der Substanz-

wärme wird; bei den höchsten Temperaturen 240—300° ist die Gefäßwärme  $B$  fast viermal so groß als die Substanzwärme, daher muß man bei diesen Versuchen wohl 0,3 bis 0,5 Proz. Fehler als möglich zulassen.

Bei den höchsten Temperaturen kommt zudem noch eine gewisse Unsicherheit in der Verdampfungskorrektion  $[m\phi]_0^t = (V - Mv_1)(Td p_s/dt - p_s)$  in Betracht. Denn während der vom Dampfdruck abhängige Faktor genügend sicher aus den Beobachtungen von Ramsay und Young, Batelli und Cailletet und Colardeau<sup>1)</sup> berechenbar ist, bedarf man zur Berechnung des ersten Faktors  $(V - Mv_1)$  der Kenntnis des spezifischen Volumens  $v_1$  des flüssigen Wassers unter dem Dampfdruck. Diese Größe ist von Ramsay und Young<sup>2)</sup> bis 270° beobachtet, für 300° ist sie nur durch Extrapolation annähernd zu gewinnen. Dadurch kann auf das Resultat immerhin eine Unsicherheit von etwa 0,1 Proz. entstehen.

Dividiert man die erhaltenen Mittelzahlen durch 15,491, der Quecksilbermenge, welche der mittleren Bunsenschen Kalorie nach Abschnitt 5 entspricht, so erhält man folgende Zahlen für  $c_m$ , der mittleren spezifischen Wärme<sup>3)</sup> zwischen  $t$  und 0°.

Tabelle 4.

$t$	$c_m$	$t$	$c_m$	$t$	$c_m$
14,58	1,0049	64,63	0,9987	182,6	1,0120
20,69	1,0010	78,00	0,9993	200,4	1,0164
24,53	0,9995	87,77	0,9991	221,2	1,0199
29,28	0,9988	100	1,0000	240,9	1,0264
34,62	0,9977	109,7	1,0009	259,00	1,0332
45,85	0,9977	130,75	1,0037	303,3	1,0487
55,7	0,9985	156,12	1,0105		

Die Tabelle zeigt, daß der Mittelwert der spezifischen Wärme von Zahlen, die größer sind, als die Einheit von nie-

1) Vgl. C. Dieterici, Ann. d. Phys. 15. p. 860—864. 1904.

2) W. Ramsay u. S. Young, Phil. Transact. 1892 A. p. 107—130.

3) Obgleich tatsächlich die Energieänderung unter Sättigungsdruck beobachtet ist, darf doch auch die geläufigere Bezeichnung der spezifischen Wärme angewendet werden, da der Unterschied beider, die äußere Arbeit, verschwindend klein ist.



deren Temperaturen beginnend abnimmt, zwischen  $35^{\circ}$  C. und  $45^{\circ}$  C. tritt dann deutlich ein Minimum auf, dem ein ganz langsames kontinuierliches Ansteigen bis  $100^{\circ}$  hin folgt. Die eine Unregelmäßigkeit in dem Anstieg zwischen  $45$  und  $100^{\circ}$ , welche sich bei  $87^{\circ}$  zeigt, ist zu geringfügig, um sie als real anzusehen; sie ist durch die Beobachtungsunsicherheit bedingt. Über  $100^{\circ}$  C. setzt sich das Wachstum von  $c_m$  kontinuierlich und mit wachsendem  $t$  zunehmend fort.

Eine Aufzeichnung von  $c_m$  als Funktion von  $t$  zeigt, daß das Minimum von  $c_m$  bei  $37,5^{\circ}$  C. liegen muß, daß von dieser Temperatur nach zunehmender Temperatur eine erst ganz langsam ansteigende parabolische Kurve die Beobachtungen darstellt, nach niederen Temperaturen hin aber eine steil ansteigende parabolische Kurve. Frühere Beobachter, welche nur das Temperaturintervall  $0-100^{\circ}$  übersahen, haben sich bemüht, zwischen  $0$  und  $100^{\circ}$  die Beobachtungen durch:

$$c_m = c_0 + x \cdot t + y \cdot t^2$$

darzustellen und daraus den Verlauf von

$$c_t = c_0 + 2xt + 3yt^2$$

zu berechnen. Nun ist aber offenbar, daß weil gerade die Unregelmäßigkeit von  $c_m$  zwischen  $0$  und  $100^{\circ}$  liegt, es nicht möglich sein kann,  $c_m$  durch eine quadratische Gleichung darzustellen. Es gelingt auch nicht, wenn man noch ein weiteres Glied der Gleichung hinzufügt.

Ich habe das angeführte Beobachtungsmaterial nach der Methode der kleinsten Quadrate in verschiedenen Gruppierungen verrechnet, um zu dem Resultat zu gelangen, daß durch die Wahl der zugrunde gelegten Gleichung zweiten oder dritten Grades zu viel Willkür in die Darstellung der Beobachtungen gebracht wird. Schließlich ergab sich folgendes überraschend einfaches Verfahren in möglichstem Anschluß an die Beobachtungen:  $c_m$  muß nach den Beobachtungen ein Minimum mit dem Wert  $0,9973$  bei  $t = 37,5^{\circ}$  C. haben; diese zwei Bedingungen und die Definition der Einheit  $c_{m\ 100,0} = 1,000$  bestimmen die folgende Gleichung:

$$c_m = 0,99827 - 0,00005184 \cdot t + 0,0006912 \cdot t^2$$

welche meine zwischen  $35^{\circ}$  und  $300^{\circ}$  liegenden Beobachtungen

vollkommen innerhalb der zulässigen Fehler darstellt. Die entsprechende Gleichung für die 'wahre' spezifische Wärme:

$$c_t = 0,99827 - 0,00010368 \cdot t + 0,0000020736 t^2$$

gibt bei  $t = 25^\circ \text{C.}$  einen minimalen Wert  $c_t = 0,9970$  und legt die Abhängigkeit der wahren spezifischen Wärme von der Temperatur von  $25^\circ \text{C.}$  bis  $300^\circ$  fest. Für das Temperaturintervall  $0^\circ$  bis  $35^\circ$  für  $c_m$  und 0 bis  $25^\circ$  für  $c_t$  habe ich ein durch Ausgleichsrechnungen unterstütztes graphisches Interpolationsverfahren angewendet und folgende Tabelle erhalten:

Tabelle 5.

$t$	$c_m$	$c_t$	$t$	$c_m$	$c_t$
0	1,0075	1,0075	120	1,0020	1,0157
5	1,0057	1,0037	140	1,0046	1,0244
10	1,0040	1,0008	160	1,0077	1,0348
15	1,0025	0,9987	180	1,0113	1,0468
20	1,0010	0,9974	200	1,0155	1,0605
25	0,9996	0,9970	220	1,0203	1,0758
30	0,9984	0,9971	240	1,0256	1,0928
35	0,9975	0,9972	260	1,0315	1,1115
40	0,9973	0,9974	280	1,0380	1,1318
50	0,9974	0,9983	300	1,0449	1,1538
60	0,9976	0,9995			
70	0,9980	1,0012			
80	0,9985	1,0032			
90	0,9992	1,0057			
100	1,0000	1,0086			

Während die unter  $c_m$  gegebenen Zahlen dieselbe Genauigkeit haben, wie die unmittelbar beobachteten der Tabelle 4, also im Durchschnitt auf 0,1 Proz. genau angesehen werden können, gilt das gleiche nicht für die unter  $c_t$  gegebenen Ziffern, welche ja die Differentialquotienten der beobachteten Integralwerte darstellt. Denn solange man gezwungen ist durch eine empirische, theoretisch nicht begründete, Interpolationsformel die Beobachtungen darzustellen, muß notwendig der Differentialquotient eine erheblich größere Unsicherheit haben. Denn in letzter Instanz kommt das Verfahren doch auf eine durch die empirische Gleichung unterstützte Differenzbildung der Integralbeobachtungen heraus und daher muß der

Fehler des Differentialquotienten um so größer sein, als die Differenz klein gegen die Integralbeobachtung ist. Man kann daher die Werte von  $c_t$  nur auf etwa 0,3 Proz. sicher ansehen.

Der charakteristische Verlauf der Abhängigkeit der „wahren“ spezifischen Wärme  $c_t$  von der Temperatur tritt aber deutlich hervor. Von einem relativ hohen Wert bei  $0^\circ$  nimmt  $c_t$  bis  $25^\circ$  um etwas über 1 Proz. ab, der Wert  $c_t = 1$  tritt bei etwa  $12^\circ$  C. ein. Bei  $25^\circ$  C. hat  $c_t$  ein Minimum, um dann mit steigender Temperatur immer stärker zuzunehmen, bis  $300^\circ$  um 15 Prozent. Die energische Zunahme bei hohen Temperaturen ist nach der mechanischen Wärmetheorie infolge der immer stärker zunehmenden Flüssigkeitsausdehnung und der damit verbundenen Zunahme der inneren Arbeit gegen die Kohäsionskräfte zu erwarten und ist in ähnlicher Weise bei  $\text{CO}_2$  und Isopentan schon früher von mir beobachtet. Es wäre von hohem theoretischen Interesse gewesen, auch für Wasser die Beobachtungen bis zur kritischen Temperatur zu treiben. Die Absicht scheiterte an den Schwierigkeiten, die es bietet, Temperaturen über  $300^\circ$  auf Bruchteile eines Grades im Thermostaten für lange Zeit konstant zu erhalten, und an den enormen Drucken — bis 200 Atm. — welche das Wasser dann ausübt.

7. Die Tabelle 5 zeigt, daß in dem Temperaturintervall  $0-100^\circ$  die Schwankungen des Wertes von  $c_t$  um den Mittelwert nur geringe sind, jedenfalls nicht mehr betragen als höchstens 1 Proz. Mit diesem Ergebnis ist meine frühere Bestimmung des der Bunsenschen Kalorie entsprechenden mechanischen Wärmeäquivalentes  $J = 423,2 \cdot 10^5$  Erg (umgerechnet auf das internationale Ohm  $w = 1,063$  S.-E.) unveränderlich, denn aus dieser Bestimmung muß man eine Zunahme von  $c_t$  bis  $100^\circ$  C. um etwa 3 Proz. erwarten. Bei der damaligen Bestimmung war die Schuller und Warthasche Zahl 15,44 zugrunde gelegt; benutzt man die neu bestimmte Zahl 15,491, so würde  $J$  noch um etwa 0,3 Proz. größer werden, was zu noch größeren Widersprüchen führen würde. Es war daher zu schließen, daß in meinen früheren Beobachtungen ein sie entstellender Fehler vorhanden war. Er konnte in der absoluten Bestimmung der elektrischen Größen liegen; diese Vermutung lag nahe, denn zu jener Zeit — vor fast 20 Jahren — waren Vergleichswiderstände für stärkere

Ströme nicht erhältlich, man mußte sie sich selbst herstellen, Kompensationsapparate, die heute uns sichere Spannungsmessungen gestalten, existierten nicht, Manganin als Widerstandsmaterial war nicht bekannt, ja selbst die heute in Akkumulatoren gegebene konstante Stromquelle hatte noch nicht Eingang in die Laboratorien gefunden. Es war immer mein Wunsch gewesen, jene Bestimmung von  $J$  mit Hilfe der modernen Mittel und der Sicherheit die das Wirken der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt gewährt, zu wiederholen. Die Gelegenheit war hier gegeben. Die Versuche wurden in folgender Weise ausgeführt.

Eine geeignet geschaltete Akkumulatorenbatterie großer Kapazität wurde mit einem geeichten Normalwiderstand von 10 Ohm, welcher sich in einem Petroleumbade konstanter Temperatur befand und einem aus Manganindraht auf ein Metallrohr gewickelten Heizwiderstand von etwa 10 Ohm, welcher in das Eiskalorimeter eingesetzt war, zu einem Stromkreis dem Hauptstromkreis zusammengeschaltet. Mit Hilfe eines ebenfalls geeichten Kompensationsapparates von Siemens & Halske nebst d'Arsonvalgalvanometer und Westonelement wurde nach dem Stromschluß im Hauptkreis, die Spannung sowohl an den Enden des Normalwiderstandes, wie an den Enden des Heizwiderstandes im Kalorimeter abgenommen. Die erste Beobachtung gibt die Stromstärke  $i$  im Hauptkreis, die zweite die Spannung  $e$  an den Enden des Heizwiderstandes. Eine mit der Normaluhr verglichene Beobachtungsuhr gab die Zeit. Die Versuche vom Winter 1903/04 sind in folgender Tabelle 6 aufgeführt; die Versuche sind mit abwechselnd normaler (+), d. h. in der im Kompensationsapparat vorgesehenen Stromrichtung oder entgegengesetzter (–) Richtung, indem alle Verbindungen umgelegt wurden, ausgeführt, um eventuell mögliche Thermostrome zu eliminieren. Die Bezeichnungen sind wohl von selbst verständlich; nur sei bemerkt, daß die Beobachtung von  $e$  und  $i$  während der Versuchsdauer in regelmäßigen Zeitintervallen wiederholt und aus ihnen das Mittel genommen wurde, denn es zeigte sich, daß trotz der geringen Stromabnahme und der großen Kapazität der Akkumulatoren doch die Stromstärke während der Versuchsdauer kontinuierlich um einige Tausendstel abnahm.

Tabelle 6.

	$t$ sec	$(e\ i)_m$	$e\ i\ t$ $10^7$ Erg	Hg <sub>beob.</sub> mg	Korr. mg	Kalorien	$J$ $10^5$ Erg Kal.
+	2700	0,098482	265,92	1011,0	-28,7	63,445	419,11
+	"	0,098503	265,95	1010,2	-25,8	63,547	418,52
+	"	0,098473	265,87	995,2	-11,4	63,509	418,64
-	"	0,098522	266,01	993,0	-8,1	63,579	418,39
Mittel							418,67
+	1500	0,39289	589,33	2190,3	-13,8	140,50	419,45
-	"	0,39271	589,06	2192,3	-15,8	140,50	419,26
+	"	0,39304	589,56	2181,4	-6,3	140,41	419,88
-	"	0,39218	588,27	2186,4	-12,8	140,31	419,26
Mittel							419,46
+	900	0,88016	792,14	2926,7	-3,9	188,68	419,84
-	"	0,87957	791,61	2926,7	-4,6	188,63	419,67
+	"	0,87941	791,47	2927,3	-5,0	188,64	419,56
-	"	0,87928	791,35	2928,8	-5,9	188,69	419,42
Mittel							419,62

Die Zahlen jeder Versuchsgruppe zeigen unter sich eine sehr hohe Übereinstimmung; die erhaltenen Mittelzahlen ergeben ein deutliches Wachsen von  $J$ ; für die geringste Stromstärke  $i = 0,1$  Amp. ist der kleinste Wert, für  $i = 0,2$  Amp. in der zweiten Gruppe ein höherer und für  $i = 0,3$  Amp. in der dritten Gruppe der höchste Wert beobachtet. Die Ursache hierfür ist dieselbe wie diejenige, welche auch die Gangkorrektur so beträchtlich negativ macht. Denn während das Kalorimeter für sich einen kleinen positiven Gang zeigte, trat sofort ein negativer Gang oder Schmelzung im Kalorimeter ein, wenn die Zuleitungsdrähte angelegt waren, obgleich diese auf längere Strecken durch die Eisumhüllungen des Kalorimeters geführt waren; und die Zimmertemperatur doch nur  $6-10^\circ$  C. betrug. Ebenso aber wie trotz so geringer Temperaturdifferenz und so geringer [durch Kühlung verringerter] Leitung durch die Drähte Wärme zum Kalorimeter zufließt, muß auch Stromwärme durch die Zuleitungsdrähte leicht aus dem mit Petroleum gefüllten inneren Kalorimetergefäß abgeleitet, daher  $J$  zu groß gefunden werden. Mit wachsender



Die mit geringster Stromstärke ausgeführten Versuche zeigen wegen der langen Versuchsdauer und geringen entwickelten Wärmemenge ein Fehlerintervall von 0,25 Proz. Das Gesamtergebnis der Versuche kann man dahin aussprechen, daß derjenigen Kalorie, welche im Eiskalorimeter 15,491 mg Quecksilber zum Einsaugen bringt, das mechanische Äquivalent  $419,25 \cdot 10^5$  Erg entspricht. Das so ausgesprochene Resultat ist unabhängig davon, ob die angegebene Quecksilbermenge auch der Bunsenschen Kalorie entspricht, es ist wohl auf weniger als ein Tausendstel genau.

8. Das Ergebnis der vorstehend beschriebenen Beobachtungen soll in diesem Schlußabschnitt mit den Resultaten anderer Forscher verglichen werden. Über die Abhängigkeit der spezifischen Wärme  $c$ , von der Temperatur zwischen  $0^\circ$  und  $100^\circ$  C. liegen drei vollkommene neuere Beobachtungsreihen vor: diejenige von Lüdin<sup>1)</sup> nach der Mischungsmethode, die von Callendar und Barnes durch Erwärmung mittels elektrischen Stromes, und drittens die hier mitgeteilte mit dem Eiskalorimeter. Wir haben also drei Beobachtungsreihen nach drei verschiedenen Methoden. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt, bezogen auf die Bunsensche Kalorie als Einheit. Barnes<sup>2)</sup> gibt mit letzter Korrektur die Zahlen in Joule an oder in den Werten des jeder Temperatur entsprechenden mechanischen Wärmeäquivalentes. Zur Bildung des Mittelwertes von  $J$ , welcher der Bunsenschen Kalorie entspricht, mußten die durch Extrapolation bei  $0^\circ$  und  $100^\circ$  gewonnenen Werte hinzugefügt werden, die Division der Einzelzahlen durch die Mittelzahl gibt dann  $c$ . Rowlands bekannte Beobachtungen des mechanischen Wärmeäquivalentes sind noch hinzugefügt.

Die Zahlen der Tab. 8 sind in der Figur graphisch wiedergegeben.

1) E. Lüdin, Inaug.-Diss. Zürich 1895; umgerechnet Fortschr. d. Phys. (2) 56. p. 304. 1900.

2) H. T. Barnes, Phil. Trans. A. 199. p. 149—263. 1902; Fortschr. d. Phys. (2) 58. p. 377. 1902.

Tabelle 8.

$t$	Lüdin	Barnes		Dieterici	Rowland
	$c_t$	$J \cdot 10^5 \text{ Erg}$	$c_t$	$c_t$	$J \cdot 10^5 \text{ Erg}$
0	0,9999	[421,76]	[1,0076]	1,0075	[421,5]
5	0,9975	420,50	1,0046	1,0037	420,5
10	0,9958	419,24	1,0016	1,0008	419,6
15	0,9948	418,40	0,9996	0,9987	418,8
20	0,9942	417,83	0,9882	0,9974	418,1
25	0,9941	417,46	0,9973	0,9970	417,6
30	0,9944	417,25	0,9968	0,9971	417,4
35	0,9952	417,18	0,9967	0,9972	417,5
40	0,9961	417,18	0,9967	0,9974	
45	0,9972	417,27	0,9969	0,9978	
50	0,9985	417,43	0,9972	0,9983	
55	0,9999	417,64	0,9977	0,9988	
60	1,0013	417,90	0,9984	0,9995	
65	1,0027	418,15	0,9989	1,0003	
70	1,0040	418,43	0,9997	1,0012	
75	1,0052	418,70	1,0003	1,0022	
80	1,0061	418,99	1,0010	1,0032	
85	1,0067	419,27	1,0017	1,0044	
90	1,0069	419,55	1,0023	1,0057	
95	1,0068	419,83	1,0030	1,0071	
100	1,0061	[420,11]	1,0037	1,0086	

Mittel 418,58

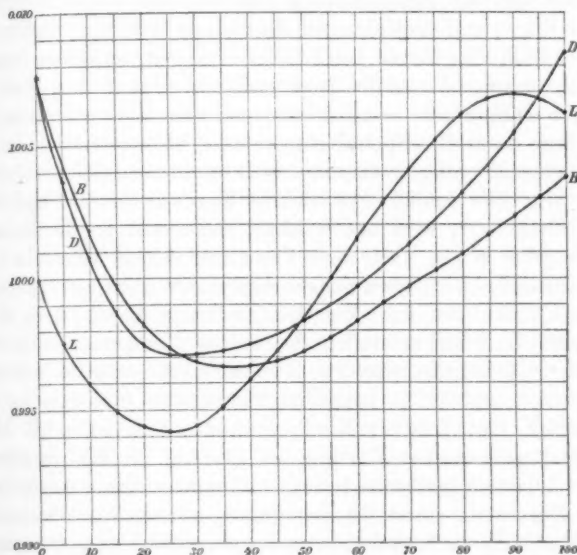
Die Zahlen oder übersichtlicher die in großem Maßstab gezeichneten Kurven der Figur haben alle die Abnahme der Größe  $c_t$  von  $0^\circ$  an gemein, und zwar beträgt die Abnahme bis zum Minimum bei Barnes und mir etwas über 1 Proz., bei Lüdin 0,7 Proz. — in der ersten Berechnung 0,95 Proz. Alle drei Beobachtungen lassen also das zuerst von Rowland beobachtete Minimum deutlich hervortreten und auch die Größe der Abnahme stimmt mit der von Rowland beobachteten überein.

Dann haben weiter alle drei Beobachtungsreihen das gemein, daß sie nach dem Minimum einen Anstieg von  $c_t$  ergeben, der aber doch nur weniger als 1 Proz. beträgt. Die früheren Beobachtungen also, welche ein Wachsen von  $c_t$  bis  $100^\circ$  um 3—12 Proz. ergaben, können wir heute als Irrungen



ansehen, alle Änderungen, welche zwischen 0 und  $100^{\circ}$  vorkommen, betragen weniger als 1 Proz.

Neben diesen allgemeinen Übereinstimmungen zeigen die Kurven kleinere Differenzen; so zunächst in der Lage des Minimums. Rowlands Beobachtungen ergaben es bei  $30^{\circ}$ , kalorimetrische, damals unter seiner Leitung ausgeführte Beobachtungen bei  $23^{\circ}$ , Lüdin verlegt es auf  $23,5^{\circ}$ , nach meinen Versuchen  $25^{\circ}$  C., nach Barnes  $35-40^{\circ}$ , die Temperatur des



Minimums. Es ist sehr schwer, die Lage des Minimums genau festzustellen. Es genügt aber wohl auch zu wissen, daß es in der Nähe von  $30^{\circ}$  C. liegt.

Die Kurve von Barnes liegt zwischen  $30$  und  $100^{\circ}$  C., stets unterhalb der meinigen, während die erste Berechnung von Callendar<sup>1)</sup> sie fast vollkommen gleich in diesem Intervall ergab. Da alle meine Versuche über  $100^{\circ}$  C. in Übereinstimmung mit Regnaults Beobachtungen einen stärkeren

1) H. L. Callendar, Fortschr. d. Phys. (2) 57. p. 317. 1901.

Anstieg der Kurve verlangen, glaube ich, daß meine Kurve der Wahrheit näher kommt. Sie stimmt auch sehr nahe mit Lüdins Kurve überein, bis auf die kleine Unregelmäßigkeit, welche Lüdins zwischen 90 und 100° findet, und die völlig der Beobachtungsunsicherheit zugeschrieben werden kann, denn es genügt bei dem großen Temperaturintervall ein sehr kleiner Fehler in  $c_m$ , um eine große Veränderung von  $c_i$  hervorzubringen.

Bei den niedrigen Temperaturen zwischen 0 und 30° geht meine Kurve und diejenige von Barnes vollständig zusammen, während Lüdins Kurve beträchtlich abweicht; in seiner ersten Berechnung war die Abweichung geringer. Daß in dem Wert  $c_i$  größere Differenzen bestehen müssen, liegt daran, daß er ja stets nur durch Extrapolation gewonnen, also wesentlich durch die zugrunde gelegte empirische Interpolationsgleichung bedingt ist. Der Schluß, daß Lüdins Kurve zwischen 0 und 30° zu niedrig liegt, wird unabweisbar, wenn man an die Beantwortung der Frage nach dem Verhältnis der 15°-Kalorie zur Bunsenschen geht, deren Bedeutung durch Warburgs Referat<sup>1)</sup> treffend beleuchtet ist. Zur Beantwortung empfiehlt es sich zunächst die Frage zu stellen: bei welcher Temperatur wird die „Kalorie“ gleich der mittleren Bunsenschen, oder bei welcher zwischen 0 und 30° C. liegenden Temperatur wird  $c_i = 1$ .

Nach Hrn. Lüdins Kurve tritt das erst bei 0° C. ein, während nach meiner Kurve  $c_i$  bei 11,5° C. der Einheit gleich wird. Die Originalbeobachtung, auf welche sich vornehmlich mein Kurvenzug stützt, ist die, daß  $c_m$  zwischen 20,69 und 0° 15,507 mg Hg im Eiskalorimeter ergab, während der Bunsenschen 15,491 mg entsprach. In geradezu überraschender Weise ist hiermit Hrn. U. Behns soeben erschienene Beobachtung<sup>2)</sup> im Einklang, welcher für 20 bis 0° im Eiskalorimeter 15,501 mg findet; die Übereinstimmung beider Zahlen ist deshalb um so erfreulicher, weil Hr. Behn mit anderen Gefäßen gearbeitet hat als ich, und daher der Schluß gerechtfertigt ist, daß weder in der einen noch in der anderen Bestimmung ein merklicher

1) E. Warburg, S.-A. J. A. Barth, Leipzig 1900.

2) U. Behn, Sitzungsber. der k. Akad. der Wissensch. zu Berlin 1905. p. 1—5.

konstanter Fehler enthalten sein kann. Nun habe ich für die Kalorie, welche 15,491 mg Hg im Eiskalorimeter zum Einsaugen bringt, das mechanische Wärmeäquivalent

$$419,25 \cdot 10^5 \frac{\text{Erg}}{\text{Kal.}}$$

gefunden, und bei der Genauigkeit der Versuche kann man diese Zahl wohl auf 0,05 Proz. genau ansehen. Dasselbe Äquivalent muß nach meiner Kurvenführung auch bei 11,5° C. zutreffen; nach Barnes findet man in Tab. 8 genau denselben Wert des Äquivalentes bei 10° C., nach seiner Kurve den Wert  $c_t = 1$  bei 13,5°, also etwas höherer Temperatur. Die Ursache der Differenz liegt darin, daß, um die Kurve für  $c_t$  zu zeichnen, seine  $J$ -Werte durch den Mittelwert  $J_m = 418,58$  dividiert sind, letzterer aber vermutlich deshalb etwas zu niedrig ausfällt, weil seine Einzelwerte bei höheren Temperaturen etwas zu niedrig sind. Fügt man noch hinzu, daß Rowlands Beobachtungen den Wert  $J = 419,2$  bei 12,3° ergeben, so kann man nicht mehr darüber in Zweifel sein, daß diejenige Temperatur, bei welcher die „Kalorie“ der Bunsenschen gleich ist, zwischen 10 und 13° C. liegen muß. Daraus müssen wir schließen, daß einerseits Lüdins Kurve zwischen 0 und 30° zu niedrig liegt, andererseits aber auch, daß die für die Bunsensche Kalorie aus meinen Versuchen gefolgerte Zahl 15,491 mg Hg richtig ist, denn bei Annahme der Zahl von Schuller und Wartha 15,44 mg oder von Velten 15,47 würde die hervorgetretene Übereinstimmung zwischen den kalorimetrischen Versuchen und den Bestimmungen von  $J$  nicht bestehen.

Durch Bestimmung der Temperatur, bei der die „Kalorie“ gleich der Bunsenschen wird, auf 10–13° C., ist aber nach den Kurven für  $c_t$  gegeben, daß die Regnaultsche 15°-Kalorie nur um etwa 1 Promille niedriger sein kann, und das ist auch wiederum mit den für diese Temperatur gegebenen  $J$ -Werten im Einklang, nämlich 418,8<sup>1)</sup> (Rowland), 418,4<sup>1)</sup> (Barnes), 419,2<sup>2)</sup> (Griffiths), 418,9<sup>2)</sup> (Schuster u. Gannon).

1) Vgl. Tab. 8.

2) Vgl. E. Warburgs Referat.

Ich glaube, daß die hier bei der Zusammenfassung der vorliegenden experimentellen Daten hervortretende Übereinstimmung die Fundamentalfragen der Kalorimetrie erledigt.

Hannover, Kgl. Techn. Hochschule.

(Eingegangen 22. Januar 1905.)

*Anmerkung bei der Korrektur:* Hr. U. Behn findet

$$\frac{c_{0-100}}{c_{15}} = 0,9997,$$

indem er für die der Bunsensche Kalorie entsprechende Quecksilbermenge 15,456 mg annimmt. Nimmt man statt dieser Zahl 15,491 mg, so würde  $c_{15} = 0,9980 \cdot c_{0-100}$  folgen in Übereinstimmung mit dem obigen Resultat.

## 2. Die Farbenempfindlichkeit des Auges und die photometrische Helligkeit der leuchtenden Körper; von D. A. Goldhammer.

### 1. Elementarempfindung, Grundempfindung, Helligkeit.

Die unendliche Menge der Farbenempfindungen kann man bekanntlich auf eine kleine Anzahl von „Elementarempfindungen“ reduzieren, „deren alleinige oder gleichzeitige Auslösung in wechselnder Intensität und wechselndem Verhältnis die übrigen Farbenempfindungen entstehen läßt“. <sup>1)</sup> Mit Hilfe der sogenannten Farbmischapparate ist man imstande, die Intensität der Elementarempfindungen in dem normalen Sonnenspektrum zu ermitteln; man bekommt die „Elementarempfindungskurven“, deren Anzahl für ein normales trichromatisches Auge drei beträgt; für die sogenannten Farbenblinden, Di- und Monochromate ist die Zahl der Kurven zwei bez. eine.

Versteht man ferner unter „Grundempfindung“ eine solche Empfindung, „der ein einfacher (d. h. durch keine Art des Reizes weiter zerlegbarer) Prozeß in der Peripherie des Nervus opticus entspricht“ <sup>2)</sup>, so ist die Zahl der Grundempfindungen immer der Zahl der Elementarempfindungen gleich und „die Intensitäten der Grundempfindungen eines Farbensystems (mono- bez. di- bez. trichromatischen) sind homogene lineare Funktionen der Intensitäten seiner Elementarempfindungen“ <sup>3)</sup>.

Dann ist es möglich, auch die Kurven der Grundempfindungen zu konstruieren, wie es tatsächlich A. König und C. Dieterici getan hatten. Jede solche Kurve besitzt nur ein Maximum für eine gewisse Wellenlänge ( $\lambda_a$ ,  $\lambda_b$  bez.  $\lambda_c$ ) und nähert sich asymptotisch zur Abszissenachse für sehr kleine wie auch für sehr große Wellenlängen.

1) A. König u. C. Dieterici, Zeitschr. f. Psychologie u. Physiologie d. Sinnesorgane 4. p. 241. 1893.

2) l. c. p. 324.

3) l. c. p. 325.

Nun muß man in der Young-Helmholtzschen Farbentheorie annehmen, daß „die Helligkeit irgend einer Spektralfarbe als homogene lineare Funktion der Grundempfindungen darzustellen ist.“<sup>1)</sup> Bezeichnen wir daher mit  $F_a(\lambda_a, \lambda)$  die Ordinate einer Grundempfindungskurve, deren Maximum für  $\lambda = \lambda_a$  gleich eins gesetzt ist, und analog  $F_b(\lambda_b, \lambda)$ ,  $F_c(\lambda_c, \lambda)$  für die anderen zwei Kurven, so wird die Helligkeit  $F(\lambda)$  irgend einer Spektralfarbe, z. B. im normalen Sonnenspektrum, ganz allgemein

$$F(\lambda) = A_a F_a(\lambda_a, \lambda) + A_b F_b(\lambda_b, \lambda) + A_c F_c(\lambda_c, \lambda),$$

worin  $A_a, A_b, A_c$  Konstanten bedeuten.

## 2. Farbenempfindlichkeit des Auges.

Multiplizieren wir unsere Gleichung mit  $d\lambda$  und bemerken, daß die Helligkeit eines Streifens des Spektrums von der Breite  $d\lambda$  der entsprechenden Energie  $e_\lambda d\lambda$  proportional sein muß, so ist

$$\frac{F(\lambda)}{e_\lambda} = \varphi(\lambda)$$

die Farbenempfindlichkeit des Auges, und wir haben in leicht verständlichen Bezeichnungen

$$\varphi(\lambda) = B_1 \varphi_1(\lambda_1, \lambda) + B_2 \varphi_2(\lambda_2, \lambda) + B_3 \varphi_3(\lambda_3, \lambda),$$

worin  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  die Wellenlängen der *neuen* Maxima der Kurven bedeuten. Dabei wählen wir die Konstanten  $B_1, B_2, B_3$ , so daß

$$\varphi_1(\lambda_1, \lambda_1) = 1, \quad \varphi_2(\lambda_2, \lambda_2) = 1, \quad \varphi_3(\lambda_3, \lambda_3) = 1$$

und die maximale Ordinate von  $\varphi(\lambda)$  auch gleich eins wird.

Man konnte denken, es seien  $\varphi_1(\lambda_1, \lambda), \dots$  von der Energie unabhängig; das ist aber nicht der Fall, und darin besteht das sogenannte Purkinjesche Phänomen. Die Kurven  $\varphi_1(\lambda_1, \lambda)$  und andere ändern kontinuierlich ihre Gestalt, wenn man von sehr kleiner Helligkeit (untere Reizschwelle) kontinuierlich zu immer höheren Helligkeitsstufen ( $A, B, C \dots H$ ) übergeht. Nur von einer gewissen Helligkeit ( $H$ ) ab bleibt das genannte Phänomen schon unmerklich. Man hat mehrmals versucht, die

1) A. König, Beiträge zur Psychologie u. Physiologie der Sinnesorgane; H. v. Helmholtz' Festgruß p. 344. Hamburg u. Leipzig 1890.

Kurve  $y = \varphi(\lambda)$  für die untere Reizschwelle zu bestimmen<sup>1)</sup>; für verschiedene Helligkeiten aber und verschiedene Farbensysteme sind solche Kurven meines Wissens nur von A. König gegeben. Leider sind hier nur die Kurven  $y = F(\lambda)$  direkt bestimmt; die Reduktion auf  $\varphi(\lambda)$  geschah mit Hilfe von Ergebnissen von S. P. Langley, und zwar unter Annahmen, die sicher den Beobachtungsumständen nicht ganz entsprachen; auch sollte diese Reduktion nur zu einem vorläufigen Überblick dienen.<sup>2)</sup> Doch bleibt auch in diesem Falle das Studium der von A. König u. a. ermittelten Resultate nicht ohne Interesse.

Für Totalfarbenblinde (Monochromate) reduziert sich der Ausdruck für  $\varphi(\lambda)$  nur auf ein Glied; für Farbenblinde (Dichromate) auf zwei Glieder. Was zunächst das Glied mit  $B_3$  anbetrifft (wir nehmen  $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ ), so zeigen die Tabellen und die Kurven von A. König nirgends ein Maximum von  $\varphi(\lambda)$  im Spektralgebiete von etwa  $\lambda_3 = 0,450 \mu$ , worin die Kurve  $\varphi_3(\lambda_3, \lambda)$  ihr Maximum besitzt; ferner können bei passend kleiner Helligkeit die Kurven  $\varphi(\lambda)$  für tri-, di- (grünblind bez. rotblind) und monochromatische Augen *durch nahezu eine und dieselbe Kurve* dargestellt werden, obgleich bei den betreffenden Monochromaten  $B_1 = B_2 = 0$ , bei den Dichromaten  $B_1 = 0$  bez.  $B_2 = 0$  waren. Etwaige vorhandene Differenzen sind offenbar individuellen Ursprungs.<sup>3)</sup>

Wir ziehen daraus einen ersten wichtigen Schluß, daß in den zur Untersuchung stehenden Fällen der Einfluß von  $\varphi_3(\lambda_3, \lambda)$  ein sehr kleiner war, und daß daher für alle Augen nur die Glieder mit  $B_1, B_2$  eine merkliche Bedeutung haben, also angenähert  $B_3 = 0$  zu setzen ist.<sup>4)</sup>

Ferner zeigt die angenäherte Identität der Kurven  $\varphi(\lambda)$  bei kleinen Helligkeiten (untere Reizschwelle  $S$  und Helligkeitsstufe  $A$ ) für trichromatische Augen (A. König, Else Kötgen) und für Dichromaten (E. Brodhun-grünblind, R. Ritter-

1) Vgl. die Literatur bei A. Pflüger, Ann. d. Phys. 9. p. 185. 1902.

2) A. König, l. c. p. 365.

3) A. König, l. c. p. 359, 366. u. a.

4) Über das von A. Pflüger (l. c.) konstatierte Doppelmaximum der Kurve wird weiter unten die Rede sein.

rotblind) einen weiteren wichtigen Umstand. In Formeln geschrieben lautet die genannte Identität der Kurven

$$\varphi(\lambda) = B_1 \varphi_1(\lambda_1, \lambda) + B_2 \varphi_2(\lambda_2, \lambda) \text{ (normales Auge),}$$

$$\varphi(\lambda) = \varphi_1(\lambda_1, \lambda) \text{ (grünblindes Auge),}$$

$$\varphi(\lambda) = \varphi_2(\lambda_2, \lambda) \text{ (rotblindes Auge)}$$

und folglich

$$B_1 \varphi_1(\lambda_1, \lambda) + B_2 \varphi_2(\lambda_2, \lambda) = \varphi_1(\lambda_1, \lambda) = \varphi_2(\lambda_2, \lambda).$$

Das bedeutet, daß die Form der Funktionen  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  dieselbe ist, also

$$B_1 \varphi(\lambda_1, \lambda) + B_2 \varphi(\lambda_2, \lambda) = \varphi(\lambda_1, \lambda) = \varphi(\lambda_2, \lambda),$$

und ferner, daß bei den zur Betrachtung stehenden kleinen Helligkeiten

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_0, \quad B_1 = B_2 = \frac{1}{2}$$

ist, so daß wir für *alle* Augen einfach

$$\varphi(\lambda) = \varphi(\lambda_0, \lambda)$$

haben. Dabei beträgt  $\lambda_0$  etwa 0,500—0,505  $\mu$ .

Bei größeren Helligkeiten sind  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  nicht mehr gleich;  $\lambda_1$  wächst bis etwa 0,555  $\mu$ ,  $\lambda_2$  wächst bis etwa 0,540  $\mu$ , welche Werte der Helligkeitsstufe  $H$  entsprechen, wo das Purkinje'sche Phänomen schon nahezu verschwindet. Für Farbenblinde ist auch hier

$$\varphi(\lambda) = \varphi(\lambda_0, \lambda),$$

worin nur  $\lambda_0$  und etwaige in  $\varphi$  vorkommende Parameter für jede Helligkeitsstufe einen anderen Wert betragen; für normale Augen haben wir viel komplizierter

$$\varphi(\lambda) = B_1 \varphi(\lambda_1, \lambda) + B_2 \varphi(\lambda_2, \lambda),$$

worin  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  sich mit der Helligkeit variieren. Da aber die maximale Differenz zwischen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  nur etwa ein paar Hundertstel  $\mu$  beträgt, so kann man mit gewisser Annäherung auch in diesem Falle

$$\varphi(\lambda) = \varphi(\lambda_0, \lambda)$$

setzen.



3. Analytischer Ausdruck für  $\varphi(\lambda)$ . Schwarzer Körper.

Für einen leuchtenden *schwarzen* Körper von der absoluten Temperatur  $T$  ist die Helligkeit des normalen Spektrums auf der Länge  $d\lambda$  proportional zu

$$\varphi(\lambda_0, \lambda) e_\lambda d\lambda,$$

worin  $e_\lambda$  durch die W. Wiensche Formel dargestellt werden kann, da für irdische Quellen immer  $T < 5000$ , und die größte „sichtbare“ Wellenlänge etwa  $0,8 \mu$  beträgt, so daß  $\lambda T < 4000$

ist. Dann ist bekanntlich  $e_\lambda$  proportional zu  $\lambda^{-5} e^{-\frac{c}{\lambda T}}$ .<sup>1)</sup>

Eine weitere ganz nahe liegende Annahme besteht nun darin, daß die Gesamtlichtempfindung eines normalen Spektrums der Summe der einzelnen Helligkeiten gleich ist. Somit wird die Gesamthelligkeit  $\varphi$  proportional zu

$$\int_0^\infty \varphi(\lambda_0, \lambda) \lambda^{-5} e^{-\frac{c}{\lambda T}} d\lambda.$$

Neuerdings hat E. Rasch zu zeigen versucht, daß diese Helligkeit proportional  $e^{-\gamma/T}$  sein soll, worin  $\gamma$  eine Konstante bedeutet.<sup>2)</sup> Dann haben wir

$$\int_0^\infty \varphi(\lambda_0, \lambda) \lambda^{-5} \cdot e^{-\frac{c}{\lambda T}} d\lambda = H \cdot e^{-\frac{\gamma}{T}},$$

$H$ -Konstante. Diese Gleichung kann zur Bestimmung von  $\varphi(\lambda_0, \lambda)$  dienen.

Wir nehmen in acht, daß

$$e^{-\frac{\gamma}{T}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\gamma}{nT}\right)^{-n}$$

ist, und berechnen zunächst  $\varphi(\lambda_0, \lambda)$  für ein *endliches*  $n$ , indem wir setzen

$$\int_0^\infty \varphi(\lambda_0, \lambda) \lambda^{-5} \cdot e^{-\frac{c}{\lambda T}} d\lambda = H \left(1 + \frac{\gamma}{nT}\right)^{-n},$$

um erst später zum Lim überzugehen.

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Gesellsch. 3. p. 40. 1901.

2) E. Rasch, Ann. d. Phys. 14. p. 193. 1904.

Führen wir in die Formel die Bezeichnung

$$\frac{\lambda_0}{\lambda} = x, \quad \varphi(\lambda_0, \lambda) \cdot \lambda^{-3} \lambda_0^{-1} = \psi(x),$$

so folgt

$$\int_0^{\infty} \psi(x) e^{-\frac{c}{\lambda_0 T} x} dx = H \left( 1 + \frac{\gamma}{n T} \right)^{-n}.$$

Die Entwicklung von

$$e^{-\frac{c}{\lambda_0 T} x} \quad \text{und} \quad \left( 1 + \frac{\gamma}{n T} \right)^{-n}$$

nach den Potenzen von  $1/T$  gibt jetzt

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \psi(x) \left\{ 1 - \frac{c}{\lambda_0 T} x + \frac{1}{1 \cdot 2} \left( \frac{c}{\lambda_0 T} \right)^2 x^2 - \dots \right\} dx \\ = H \left\{ 1 - \frac{n}{n} \frac{\gamma}{T} + \frac{1}{1 \cdot 2} \frac{n \cdot n + 1}{n^2} \left( \frac{\gamma}{T} \right)^2 - \dots \right\}, \end{aligned}$$

und folglich

$$\int_0^{\infty} \psi(x) dx = H,$$

$$\int_0^{\infty} \psi(x) x dx = H \frac{\gamma \lambda_0}{c} \cdot \frac{n}{n},$$

$$\int_0^{\infty} \psi(x) \cdot x^2 dx = H \left( \frac{\gamma \lambda_0}{c} \right)^2 \frac{n \cdot n + 1}{n^2},$$

$$\dots \dots \dots$$

oder

$$\int_0^{\infty} \psi(x) dx = H,$$

$$\int_0^{\infty} \psi(x) \cdot x^p dx = H \left( \frac{\gamma \lambda_0}{c} \right)^p \frac{n \cdot n + 1 \dots n + p - 1}{n^p},$$

$$p = 1, 2, 3 \dots,$$

worin  $\psi(x)$  natürlich von  $p$  unabhängig ist.

Es ist leicht zu beweisen, daß nur eine  $\psi(x)$  existieren kann. In der Tat, hätten wir zwei solche Funktionen gefunden,  $\psi_1(x)$  und  $\psi_2(x)$ , so würde offenbar folgen

$$\int_0^{\infty} \theta(x) dx = 0, \quad \int_0^{\infty} \theta(x) \cdot x dx = 0, \quad \int_0^{\infty} \theta(x) x^2 dx = 0, \\ \int_0^{\infty} \theta(x) x^3 dx = 0 \text{ etc.}$$

bis  $\infty$ , worin der Kürze wegen  $\psi_1(x) - \psi_2(x) = \theta(x)$  gesetzt ist. Multipliziert man nun jede dieser Gleichungen mit je einer ganz beliebigen Konstante  $a, b, c, \dots$ , so stellt die Summe

$$a + bx + cx^2 + \dots$$

eine ganz beliebige, nach den Potenzen von  $x$  entwickelbare Funktion  $\chi(x)$  dar, und wir haben durch Summation

$$\int_0^{\infty} \theta(x) \cdot \chi(x) dx = 0,$$

was offenbar fordert

$$\theta(x) = 0.$$

Wir setzen jetzt

$$\psi(x) = a e^{-\alpha x} x^x;$$

dann folgt

$$a \int_0^{\infty} e^{-\alpha x} x^x dx = a \frac{\Gamma(x+1)}{\alpha^{x+1}} = H,$$

$$a \int_0^{\infty} e^{-\alpha x} x^{p+x} dx = a \frac{\Gamma(p+x+1)}{\alpha^{p+x+1}} = H \left( \frac{\gamma \lambda_0}{c} \right)^p \frac{n \cdot n+1 \dots n+p-1}{n^p},$$

oder

$$a \frac{\Gamma(x+1)}{\alpha^{x+1}} = H,$$

$$\frac{a \Gamma(x+2)}{\alpha^{x+2}} = H \cdot \frac{\gamma \lambda_0}{c} \text{ für } p=1,$$

woraus folgt

$$\frac{x+1}{\alpha} = \frac{\gamma \lambda_0}{c},$$

und ferner nach der Substitution

$$\frac{\Gamma(p+x+1)}{\Gamma(x+1)} = (x+1)^p \cdot \frac{n \cdot n + 1 \dots n + p - 1}{n^p};$$

da aber

$$\Gamma(p+x+1) = x+1 \cdot x+2 \dots x+p \cdot \Gamma(x+1),$$

so bekommen wir

$$x+1 \cdot x+2 \dots x+p = \left(\frac{x+1}{n}\right)^p n \cdot n + 1 \dots n + p - 1,$$

$$p = 1, 2, 3 \dots,$$

und daraus

$$x = n - 1.$$

Somit haben wir

$$\alpha = \frac{nc}{\gamma \lambda_0}, \quad a = H \left( \frac{nc}{\gamma \lambda_0} \right)^n \frac{1}{\Gamma(n)},$$

$$q(\lambda_0, \lambda) = \lambda_0 \lambda^3 \psi(x) = \lambda_0^4 x^{-3} \psi(x).$$

Die Maxima und Minima von  $q(\lambda_0, \lambda)$  sind durch die Bedingung gegeben

$$\frac{d q}{d \lambda} = 0 \quad \text{oder} \quad x^2 \frac{d}{d x} [x^{-3} \psi(x)] = 0.$$

Aus der Formel für  $\psi(x)$  folgt nun, daß

$$\frac{d}{d x} \psi(x) = \psi(x) \left( \frac{x}{x} - \alpha \right)$$

ist; dann haben wir

$$x^{-1} \psi(x) \left[ \frac{x-3}{x} - \alpha \right] = 0$$

oder

$$a e^{-\alpha x} x^{n-2} \left( \frac{n-4}{x} - \alpha \right) = 0.$$

Wir sehen daraus, daß diese Gleichung für  $n \geq 2$  drei Wurzeln hat:

$$x = 0, \quad x = \infty \quad \text{und} \quad x = \frac{n-4}{\alpha}.$$

Also ist  $q(\lambda_0, \lambda) = 0$  für  $\lambda = 0$  und  $\lambda = \infty$ , und hat ein Maximum für  $x = (n-4/\alpha)$ ; da aber in diesem Falle  $x = 1$  ist, so folgt

$$n-4 = \frac{nc}{\gamma \lambda_0} = \alpha.$$

Setzt man ferner  $q(\lambda_0, \lambda_0) = 1$ , so haben wir

$$\psi(1) = a e^{-\alpha}, \quad 1 = \lambda_0^4 \psi(1) = \lambda_0^4 a e^{-\alpha}$$

und daraus

$$\varphi(\lambda_0, \lambda) = e^\alpha \cdot e^{-\alpha x} \cdot x^{\gamma-3},$$

oder ganz einfach

$$\varphi(\lambda_0, \lambda) = (e x e^{-x})^{n-4}, \quad x = \frac{\lambda_0}{\lambda}, \quad \gamma = \frac{n c}{\lambda_0 (n-4)}.$$

Dieses Resultat zeigt, daß man nicht  $n = \infty$  setzen kann, und daß daher die Formel von Rasch nur angenähert richtig sein kann; da aber dieselbe die Beobachtungsergebnisse doch in gewissem Grade darstellt, so ist zu schließen, daß  $n$  ziemlich groß sein muß. Es ist allerdings beachtenswert, daß man aus einer Formel für die Abhängigkeit der *Gesamthelligkeit* von der Temperatur ausgehend zu einem Ausdrucke für die *Farbenempfindlichkeit* des Auges gelangt ist, welcher relativ sehr einfach ist und gerade jene Eigenschaften besitzt, die für die Funktion  $\varphi(\lambda_0, \lambda)$  charakteristisch sind. Würde sich ergeben, daß dieser Ausdruck den Beobachtungsergebnissen sich anpaßt, so ist offenbar leicht, die Formel für  $\varphi(T)$  zu gewinnen, die einem anderen (z. B. Planckschen) Strahlungsgesetze entspricht.

#### 4. Prüfung der Formel für die Farbenempfindlichkeit des Auges. Monochromaten.

Zu dieser Prüfung waren am besten die Beobachtungen an monochromatischen Augen geeignet, da dann  $\varphi(\lambda)$  ganz streng nur aus einem Gliede besteht, und wir haben

$$\varphi(\lambda) = (e x e^{-x})^m, \quad m = n - 4, \quad x = \frac{\lambda_0}{\lambda}.$$

Dabei stehen uns zur Verfügung zunächst eine Reihe von Beobachtungen von A. Beyssell, dann ein Monochromat von E. Hering und ein solcher von F. C. Donders.<sup>1)</sup> Für diese drei Personen teilt A. König die Werte der Helligkeit für verschiedene Farben eines prismatischen *Gaslichtspektrums* mit, für welches die entsprechenden Energiewerte<sup>2)</sup> (unter Annahme von Langley'schen Zahlen) gegeben sind. Wir können somit die Ordinaten der Farbenempfindlichkeitskurve  $y = \varphi(\lambda)$  berechnen. Das ist in den Tab. I, II, III geschehen. Es

1) A. König, l. c. p. 358.

2) l. c. p. 366.

muß aber betont werden, daß die Kurve  $F(\lambda)$  von A. Beyssell sehr scharfe Unregelmäßigkeiten<sup>1)</sup> für  $\lambda = 0,625-0,670 \mu$  zeigt, und zwar sind hier die Ordinaten zu *klein*. Ferner zeigen fast alle von A. König mitgeteilten Kurven eine mehr oder minder stark ausgeprägte Depression im Blau (Spektralgebiet  $\lambda = 0,500$  bis  $0,470 \mu$ ), die teils durch die Absorption des Lichtes in dem gelben Pigmente des sogenannten gelben Fleckes (Macula lutea) bedingt ist, teils aber ihren Grund in der mehr oder minder starken Gelbfärbung der Linse hat.<sup>2)</sup> Zur Erleichterung des Druckes sind in allen Tabellen alle Zahlen hundertmal zu groß; daher ist auch in den Figuren die maximale Ordinate gleich 100 gesetzt. Die letzte Horizontalreihe jeder Tabelle gibt die Zahlen, welche für gewisse  $\lambda_0, m$  nach der gewonnenen Formel für  $q(\lambda)$  berechnet sind.

Tabelle I.

## A. Beyssell-Monochromat.

Berechnet mit  $\lambda_0 = 515 \mu\mu$ ,  $m = 280$ .

$\lambda$	430	450	470	490	515	520	535
beob.	1,5	7,4	27	57	—	100	78
ber.	0,8	6,9	30	70	100	99	82
$\lambda$	555	575	590	605	625	650	670
beob.	45	20	8,5	3,5	0,46	0,066	0,0047
ber.	46	20	8,4	3,2	0,73	0,089	0,0130

Tabelle II.

## Herings-Monochromat.

Berechnet mit  $\lambda_0 = 505 \mu\mu$ ,  $m = 170$ .

$\lambda$	430	450	470	490	505	520	535	555	575	590
beob.	10	27	67	90	100	98	77	47	20	7,6
ber.	9,8	31	64	92	100	92	76	48	20	11

Tabelle III.

## Donders'-Monochromat.

Berechnet mit  $\lambda_0 = 515 \mu\mu$ ,  $m = 210$ .

$\lambda$	430	450	470	490	505	515	520	535	555	575	590	605
beob.	3,8	18	31	58	85	—	100	85	49	25	15	9
ber.	2,7	14	40	77	96	100	99	86	56	29	16	7,6

1) A. König, l. c. Tab. VI.

2) l. l. c. p. 359 u. 368.

Fig. 1, 2, 3 stellen die entsprechenden Kurven graphisch dar.

Wie wir sehen, ergibt sich in der Tat  $m$  ziemlich groß; auch ist die Übereinstimmung der Beobachtung und Rechnung

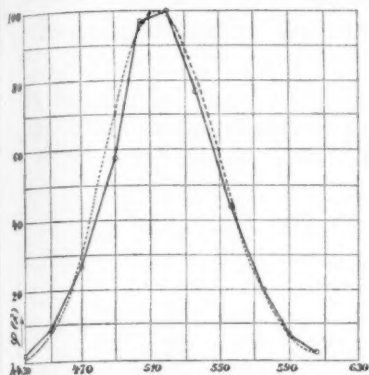


Fig. 1. A. Beyssell-Monochromat.

○ beobachtet, ---- berechnet.

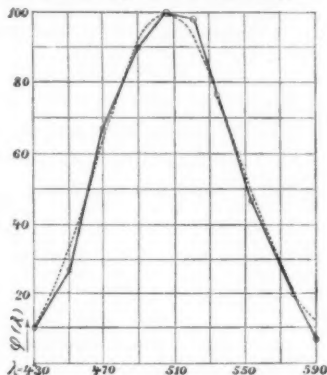


Fig. 2. Herings-Monochromat.

○ beobachtet, ---- berechnet.

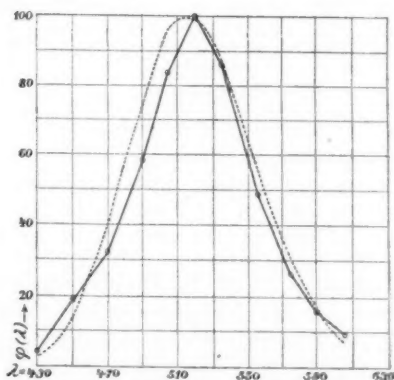


Fig. 3. Donders'-Monochromat.

○ beobachtet, ---- berechnet.

eine sehr vollkommene, besonders für Herings-Monochromaten und A. Beyssell. Nur bei Donders'-Monochromaten ist dieses Übereinstimmen viel schlechter; man muß aber immer den Umstand in Betracht ziehen, daß die Absorption des Lichtes

im Auge in die Kurven „einen tiefeingreifenden Fehler“ einführt<sup>1)</sup>, der auch die Lage des Maximums und den Wert der maximalen Ordinaten merklich ändern kann.

#### 5. Fortsetzung. Di- und Trichromaten bei kleiner Helligkeit.

Für kleine Helligkeiten teilt A. König die Zahlen von R. Ritter (rotblind), und zwar für die untere Reizschwelle ( $S$ ) und die Helligkeitsstufe  $A$ , und von E. Brodhun (grünblind) für die Stufe  $A$ . Alle diese Zahlen sind in den Tab. IV und V zusammengestellt.

Tabelle IV.

R. Ritter (rotblind).

Berechnet mit  $\lambda_0 = 500 \mu\mu$ ,  $m = 230$ .

$\lambda$	430	450	470	490	500	505	520	535
$S$	5,9	26	50	75	—	100	83	60
$A$	6,2	25	50	74	—	100	85	64
ber.	6,4	27	64	95	100	99	84	60
$\lambda$	555	575	590	605	625	650	670	
$S$	33	12	3,3	1,9	0,48	0,056	0,017	
$A$	33	12	5,1	2,2	0,58	0,064	0,026	
ber.	30	12	5,1	2,0	0,50	0,070	0,016	

Tabelle V.

E. Brodhun (grünblind).

Berechnet mit  $\lambda_0 = 505 \mu\mu$ ,  $m = 230$ .

$\lambda$	430	450	470	490	505	520	535	555	575	590	605	625	650	670
$A$	6,4	21	47	80	100	98	74	41	17	6,7	2,6	0,70	0,14	0,040
ber.	4,3	20	54	90	100	91	69	38	16	7,1	2,9	0,76	0,12	0,025

Wie wir sehen, sind bei R. Ritter die Zahlen bei der Reizschwelle und bei der Helligkeitsstufe  $A$  so nahe gleich, daß es unnötig war, für jede Kurve eine besondere Rechnung zu unternehmen. Auch ist hier die berechnete Kurve sehr gut mit den beobachteten Punkten zusammenfallend, nämlich rechts vom Maximum. Die starke Abweichung links und die spitze Form der Kurve in der Umgebung vom Maximum zeigt unzweideutig auf starke Lichtabsorption im Gebiete  $\lambda = 450$  bis  $500 \mu\mu$ . Was nun die Trichromaten anbetrifft, so haben

1) A. König, l. c. p. 368.



wir zur Verfügung die Beobachtungen von A. König für die Reizschwelle, ferner für die Stufe *A* dieselben von A. König, Frä. Else Kötgen, F. Hillebrand und Pereles. Dabei

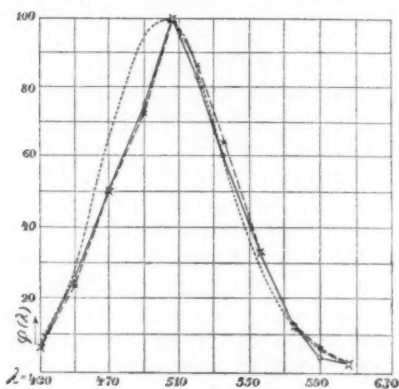


Fig. 4. R. Ritter.

× Reizschwelle (*S*) } beobachtet, ---- berechnet.  
 ⊙ Helligkeitsstufe *A* }

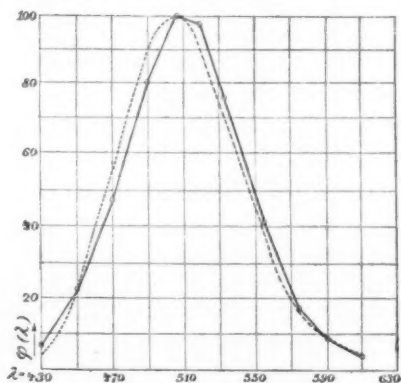


Fig. 5. E. Brodhun.

⊙ beobachtet, ---- berechnet.

hält A. König für möglich, bei dieser Stufe einfach das Mittel aus den Zahlen von A. König, E. Kötgen, R. Ritter und E. Brodhun zu nehmen, da seiner Meinung nach diese Kurven

nur solche Schwankungen zeigen, die schon nahe an den Fehlergrenzen der Beobachtung liegen.<sup>1)</sup> Daher hielten wir für genügend, in der Tab. VII nur eine Kurve zu berechnen.

Tabelle VI.

A. König (Reizschwelle).

Berechnet mit  $\lambda_0 = 505 \mu\mu$ ,  $m = 235$ .

$\lambda$	430	450	470	490	505	520	535	555	575	590	605	625	650	670
beob.	4,7	23	50	86	100	98	75	36	12	4,5	1,5	0,38	0,047	0,019
ber.	4,0	20	54	90	100	90	68	36	15	6,7	2,7	0,69	0,100	0,019

Tabelle VII.

A. König (Helligkeitsstufe 4). E. Kötgen (Helligkeitsstufe 4).

Berechnet mit  $\lambda_0 = 505 \mu\mu$ ,  $m = 220$ .

$\lambda$	430	450	470	490	505	520	535	555	575	590	605	625	650	670
A. K.	5,9	21	49	60	100	99	77	42	17	6,1	2,2	0,67	0,099	0,031
E. K.	6,9	23	49	69	100	87	66	38	14	7,1	2,4	0,70	0,19	0,057
ber.	5,0	22	56	90	100	91	70	38	17	8,0	3,4	0,95	0,16	0,034

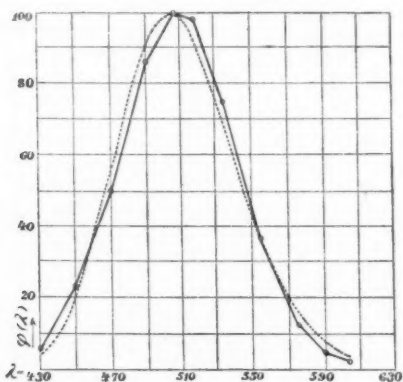


Fig. 6. A. König (Reizschwelle).

○ beobachtet, ---- berechnet.

Auch in diesen Fällen stimmen die berechneten Zahlen mit den beobachteten genügend gut überein. Auf der Fig. 7 läuft die berechnete Kurve größtenteils zwischen den beob-

1) A. König, l. c. p. 367.

achteten. Auch ist hier ein Knick der letzteren bei  $\lambda = 490 \mu\mu$  interessant.

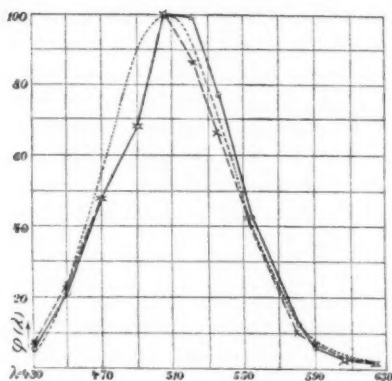


Fig. 7. A. König, E. Kötgen, Stufe A.

○ beobachtet A. König, × beobachtet E. Kötgen,  
— berechnet.

### Tabelle VIII.

F. Hillebrand (Helligkeitsstufe A).

Berechnet mit  $\lambda_0 = 495 \mu\mu$ ,  $m = 160$ .

$\lambda$	430	450	470	490	495	505	520	535	555	575	590	605	625
beob.	31	47	74	93	—	100	90	71	44	21	10	4,8	1,3
ber.	19	47	81	99	100	97	83	62	37	18	9,8	4,9	1,8

### Tabelle IX.

Pereles (Helligkeitsstufe A).

Berechnet mit  $\lambda_0 = 505 \mu\mu$ ,  $m = 170$ .

$\lambda$	430	450	470	490	505	520	535	555	575
beob.	8,9	31	73	77	99	100	81	47	13
ber.	9,8	31	64	92	100	92	76	48	20

Was diese zwei Beobachtungsreihen anbetrifft, so ist zu bemerken, daß man bei der ersten Reihe die Annahme gemacht hat, daß das Gaslicht von F. Hillebrand dieselbe spektrale Zusammensetzung hätte, wie das Licht von A. König; auch waren die Dispersionen der Prismen bei F. Hillebrand und A. König verschieden, was die Einführung von besonderen

Umrechnungskoeffizienten forderte.<sup>1)</sup> Bei Pereles bemerkte A. König schon einen unglatten Verlauf der Helligkeitskurve und hatte daher die beobachteten Zahlen korrigiert. Dem-

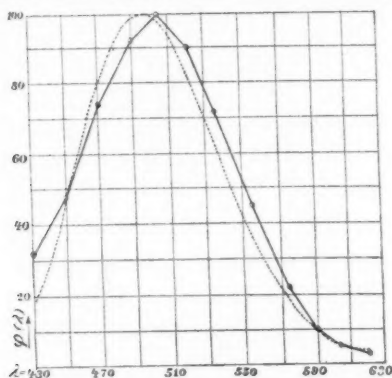


Fig. 8. F. Hillebrand (Stufe A).

$\odot$  beobachtet, — berechnet.

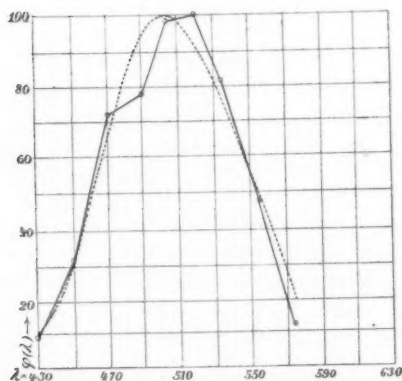


Fig. 9. Pereles (Stufe A).

$\odot$  beobachtet, --- berechnet.

entsprechend ist in diesen beiden Fällen das Übereinstimmen der Beobachtung mit der Rechnung viel schlechter (Figg. 8 u. 9).

1) A. König, l. c. p. 357 u. 358.

## 6 Fortsetzung. Di- und Trichromaten bei hoher Lichtintensität.

Hier liegen uns zunächst die Beobachtungen für die Helligkeitsstufe *H* von R. Ritter und E. Brodhun, ferner die Beobachtungen noch eines Farbenblinden (rotblind) *X* für die Helligkeitsstufe *F*, endlich die Beobachtungen von A. König und Frl. Else Kötgen für die Helligkeitsstufe *H* und eine Reihe der Zahlen für Helligkeitsstufe *G* von L., M. und Kr.<sup>1)</sup> vor. Aus leicht verständlichen Gründen sind die Beobachtungen bei mittlerer Helligkeit (Stufen *B*, *C*, *D*, *E*) von minderem Interesse und können hier außer acht gelassen werden.

Geht man von der unteren Reizschwelle zu immer höheren Lichtintensitäten, so verschiebt sich wegen des Purkinjeschen Phänomens das Maximum der Farbenempfindlichkeitskurve nach der Seite der größeren Wellenlängen; auch wird dann *m* kleiner, also die Kurven flacher. Wir beginnen wieder mit dem einfachsten Falle der Dichromaten.

Tabelle X.

R. Ritter (Helligkeitsstufe *H*).Berechnet mit  $\lambda_0 = 540 \mu\mu$ ,  $m = 190$ .

$\lambda$	450	470	490	505	535	540	555	575	590	605	625	650	670
beob.	7,8	20	41	64	100	—	95	71	47	25	8,8	1,7	0,4
ber.	3,5	15	40	64	99	100	93	69	49	31	15	4,6	1,6

Tabelle XI.

E. Brodhun (Helligkeitsstufe *H*).Berechnet mit  $\lambda_0 = 555 \mu\mu$ ,  $m = 170$ .

$\lambda$	490	505	520	535	555	575	590	605	625	650	670
beob.	21	41	71	90	100	86	76	66	42	13	3,8
ber.	25	45	69	89	100	90	73	54	32	13	5,0

Tabelle XII.

*X* (Helligkeitsstufe *F*).Berechnet mit  $\lambda_0 = 535 \mu\mu$ ,  $m = 190$ .

$\lambda$	490	505	520	535	555	575	590	605	625	650	670
beob.	67	100	96	99	89	65	46	24	9,2	2,1	0,55
ber.	47	72	92	100	88	62	42	25	11	3,4	1,1

1) l. c. p. 349.

Wegen der Verschiebung des Kurvenmaximums fällt jetzt bei R. Ritter das Gebiet der Absorption ( $\lambda = 490 \mu\mu$ ) viel weiter vom Maximum ( $\lambda_0 = 540 \mu\mu$ ) als früher (Fig. 4); die

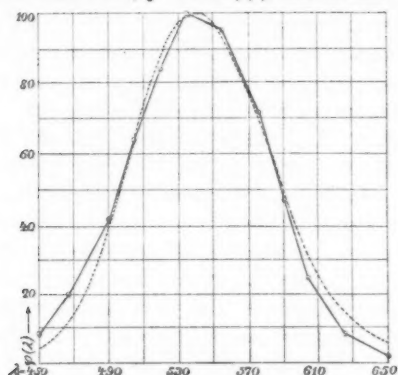


Fig. 10. R. Ritter (Stufe H).

○ beobachtet, ---- berechnet.

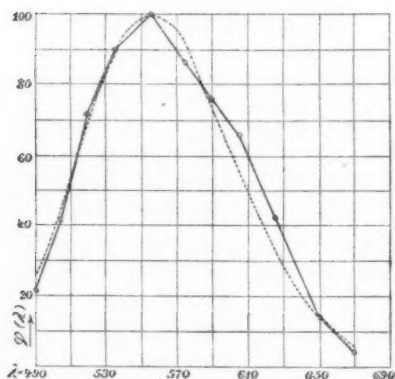
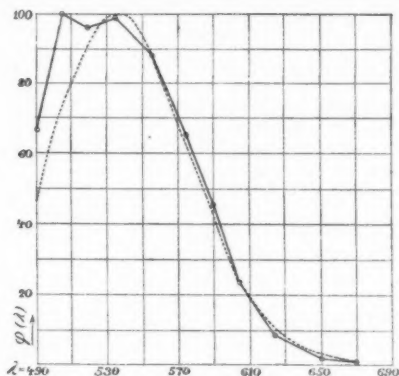


Fig. 11. E. Brodhun (Stufe H).

○ beobachtet, ---- berechnet.

Kurve zeigt daher jetzt einen viel regelmäßigeren Verlauf. Dasselbe ist zu bemerken in betreff der Kurve von E. Brodhun (links vom Maximum); hier ist das Zusammenfallen der beobachteten Punkte mit der berechneten Kurve sehr gut. Ganz

andere verhält sich die rechte Seite der Kurve; in der Fig. 11 liegen die Beobachtungspunkte sehr unregelmäßig, was in der Fig. 5 nicht der Fall ist. Es ist daraus zu schließen, daß man es hier mit irgendwelchen besonderen Umständen zu tun hat, die in der Fig. 5 dadurch unmerklich wurden, daß

Fig. 12.  $X$  (Stufe  $F$ ).

○ beobachtet, ---- berechnet.

die betreffenden Ordinaten der Kurve zu klein waren. Ob man hier einige Beobachtungs- oder Umrechnungsfehler hat, ist natürlich nicht zu entscheiden.

Sehr auffallend sind die Zahlen von  $X$  im Gebiete  $\lambda = 490$  bis  $530 \mu\mu$  (Tab. XII, Fig. 12); desto interessanter die vorzügliche Übereinstimmung der Beobachtung mit der Rechnung in den übrigen Kurventeilen ( $\lambda = 530-670 \mu\mu$ ).

Wir gehen nun zu den trichromatischen Augen über.

Tabelle XIII.

A. König (Helligkeitsstufe  $H$ ). E. Kötgen (Helligkeitsstufe  $H$ ).

$\lambda$	490	505	520	535	555	575	590	605	625	650	670
E. K.	23	40	67	87	100	90	89	80	54	23	5,7
F. K.	25	51	77	100	93	85	89	81	61	24	8,6

Wie aus der Fig. 13 zu ersehen ist, zeigen die beiden beobachteten Kurven einen sehr eigentümlichen Verlauf im Spektralgebiete  $\lambda = 530-590 \mu\mu$ . Einen solchen Knick in

seiner Kurve hat schon A. König selbst bemerkt<sup>1)</sup>, glaubte aber, daß der Grund dieses unglatten Verlaufes der Kurve „ohne Zweifel an der Unsicherheit der benutzten Umrechnungskoeffizienten“ liegt. Da in der Tafel von A. König das Dispersionsspektrum als Abszisse dient, so liegt hier dieser Knick an einer etwas anderen Stelle. Nun findet man gerade denselben Knick auch an den *Helligkeitskurven* von A. König, wo man mit keiner Umrechnung zu tun hatte. Das zeigt ganz klar die Taf. III<sup>2)</sup>, und zwar besonders bei den Helligkeitsstufen *B, C, D*. Freilich sind in den beiden Kurven für *höhere*

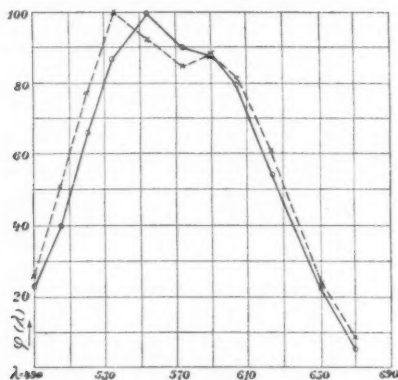


Fig. 13.

A. König } (Stufe H).      ○ A. K. } beobachtet.  
E. Kötgen }                      × E. K. }

Intensitäten diese Knicke wieder verschwunden, doch ist der Grund davon leicht in einer mehr nach der Höhe ausgezogenen Form der Kurven zu finden; daher tritt dieser Knick hier nur in den Farbenempfindlichkeitskurven auf. Wäre ferner der Grund dieses Umstandes in der Umrechnung, so würde die Abwesenheit des Knickes in den Figg. 6 u. 7 vollkommen unverständlich sein, da die Ordinaten in den betreffenden Kurventeilen doch ziemlich groß sind. Wäre der Knick durch die Lichtabsorption verursacht, so müßte derselbe wieder in den Figg. 6 u. 7

1) A. König, l. c. p. 368: Taf. V.

2) l. c. Taf. III.



merklich sein. Wir kommen daher zu folgendem Schluß: wahrscheinlich liegt die Ursache eines unglatten Verlaufes der Kurven bei höheren Intensitäten in dem Umstande, daß jetzt  $\varphi(\lambda)$  aus zwei Gliedern zusammengesetzt ist. Damit steht im Einklange, daß z. B. die Kurve bei R. Ritter für dieselbe Helligkeitsstufe  $H$  einen ganz glatten Verlauf zeigt.

Wir haben daher die Berechnung von  $m$  für diese Beobachtungen von A. König und E. Kötgen unterlassen.

7. Fortsetzung. Beobachtungen von H. Ebert  
und S. P. Langley.

Das weitere Beobachtungsmaterial über die Farbenempfindlichkeit des Auges bei sehr niederer Lichtintensität finden wir bei H. Ebert, S. P. Langley und A. Pflüger.

Die Beobachtungen von H. Ebert<sup>1)</sup> beziehen sich auf die Reizschwelle; leider haben wir hier nur fünf Kurvenpunkte auf dem Intervall von 200  $\mu\mu$ , so daß der Gang der Kurven in ihrem mittleren, dem wichtigsten Teil, so gut wie unbekannt bleibt. Wir haben hier zwei Beobachtungsreihen, ausgeführt von H. Ebert und J. Seyferth.

Tabelle XIV.

H. Ebert (Reizschwelle). J. Seyferth (Reizschwelle).

$\lambda$	470	500	530	590	675
H. E.	25	50	100	6,0	3,0
J. S.	33	77	100	6,6	4,0

Aus dieser Tabelle ist zunächst zu ersehen, daß die Kurven außerordentlich stark nach den größeren Wellenlängen abfallen ( $\lambda = 530-590$ ) und daß dieselben zwischen  $\lambda = 590$  und  $\lambda = 675$  außerordentlich flach verlaufen. Der Grund davon ist leicht in den Zahlenreihen für die *Helligkeit* zu finden.

Tabelle XV.

H. Ebert (Helligkeit). J. Seyferth (Helligkeit).

$\lambda$	470	500	530	590	675
H. E.	6,8	41	100	22	62
J. S.	7,3	62	100	25	88

Wie wir sehen, zeigen beide Kurven eine so starke Depression bei  $\lambda = 590 \mu\mu$ , wie es bei den früheren Beobachtungen nie der Fall war. Man hat es hier offenbar mit einer sehr

1) H. Ebert, Wied. Ann. 33. p. 136. 1888.

starken Lichtabsorption zu tun; daher ist es kaum möglich, die Berechnung von  $m$  zu unternehmen.

In demselben Jahre, 1888, in welchem H. Ebert seine Beobachtungen publiziert hatte, erschien eine Abhandlung von S. P. Langley<sup>1)</sup> über denselben Gegenstand. Nur bestimmte dieser Forscher nicht die Farbenempfindlichkeit des Auges für die Reizschwelle, sondern diejenige, bei welcher das Lesen einer Logarithmentafel eben noch möglich ist (Helligkeitsstufe  $A?$ ). Die Beobachtungen bei  $\lambda = 350, 380, 750, 770 \mu\mu$  bezeichnet der Verfasser als „extremely difficult to obtain with precision“ und teilt dieselben nur als „supplementary to the others“.<sup>2)</sup> Daher lassen auch wir diese Zahlen außer acht.

Tabelle XVI.

S. P. L.

		Berechnet mit $\lambda_0 = 560 \mu\mu$ , $m = 205$ .									
$\lambda$	450	500	520	535	550	560	600	625	650	700	
beob.	6	26	—	—	100	—	67	—	10	0,56	
ber.	0,5	25	56	80	97	100	62	30	11	0,89	

Tabelle XVII.

B. E. L.

		Berechnet mit $\lambda_0 = 505 \mu\mu$ , $m = 144$ .									
$\lambda$	400	430	450	470	500	535	550	570	600	650	700
beob.	1,4	—	37	—	100	—	62	—	11,5	0,88	0,09
ber.	1,4	14	37	68	99	79	60	31	13	1,5	0,10

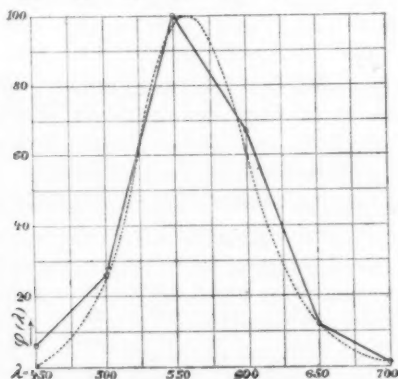


Fig. 14. S. P. L.

⊙ beobachtet, --- berechnet.

1) S. P. Langley, Amer. Journ. of Science 36. p. 359. 1888.

2) l. c. p. 370.

Die den Tab. XVI und XVII entsprechenden Kurven sind in den Figg. 14 und 15 dargestellt. In beiden Fällen ist die Übereinstimmung der Beobachtung mit der Rechnung

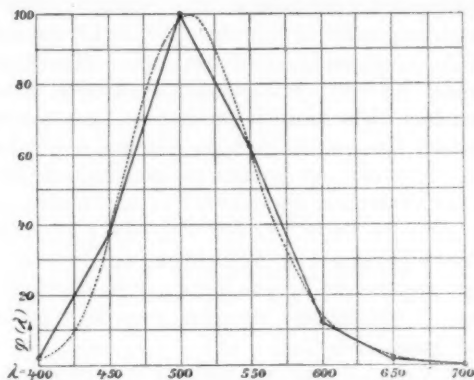


Fig. 15. B. E. L.

○ beobachtet, ---- berechnet.

eine vorzügliche. Das ist aber nicht der Fall für die von S. P. Langley mitgeteilten Zahlen von F. V. W. und E. M. Wir haben nämlich

Tabelle XVIII.

F. V. W. und E. M.

$\lambda$	400	450	500	550	600	650	700
F. V. W.	1,3	19	100	74	7	0,45	0,063
E. M.	3,0	60	100	85	24	1,8	0,5

und es ist uns nicht gelungen, zu diesen Beobachtungen gut passende Kurven ( $\lambda_0, m$ ) zu finden. Dabei ist zu bemerken, daß F. V. W. Brillengläser brauchte von nur 14 cm Fokaldistanz; auch war bei diesem Beobachter die Netzhaut „somewhat deficient in black pigment“.<sup>1)</sup> Der Beobachter E. M. war ein fünfzehnjähriger Knabe mit ganz normalen Augen.

#### 8. Fortsetzung. Die Beobachtungen von A. Pflüger.

Die neuesten Untersuchungen über die Farbenempfindlichkeit des Auges bei der unteren Reizschwelle sind von A. Pflüger

1) S. P. Langley, l. c. p. 370.

ausgeführt. Vergleicht man aber die Kurven des Verfassers (im Ganzen 28) für zehn verschiedene Beobachter, so fällt unmittelbar ins Auge der Umstand, daß fast alle Kurven ein deutlich ausgeprägtes Doppelmaximum zeigen. Indem die Lage des Hauptmaximums für verschiedene Personen zwischen  $\lambda = 495$  und  $\lambda = 525 \mu\mu$  schwankt, fällt das zweite Maximum in das Spektralgebiet  $\lambda = 460 - 470 \mu\mu$ ; bei denjenigen Kurven, wo dieses Maximum nicht auftritt, findet man doch eine deutliche Depression der Kurven zwischen  $\lambda = 460$  und  $\lambda = 500 \mu\mu$ , d. h. gerade auf der Stelle des Spektrums, wo auch A. König die Wirkung der Absorption des Lichtes in der Macula lutea und der Linse gefunden hatte. Damit aber diese Lichtabsorption bei den Beobachtungen von A. Pflüger so stark wird, sollte fast immer gerade die empfindlichste Netzhautstelle — der gelbe Fleck — teilnehmen, also das Auge den beobachteten Gegenstand fixiert haben.

Und wirklich war das der Fall. Der Beobachter sah die Prismenfläche, auf welcher „eine schwarze Papierfigur“ angebracht wurde, „die sich schwarz vom hellen Hintergrunde abhob“. <sup>1)</sup> Ferner, um „die Pupille gerade vor die Okularöffnung zu bringen“, hat der Verfasser einen besonderen Holzring benutzt, „dessen Rand sich mit leichtem Druck gegen die Umgebung des Auges legte.“ Der Verfasser konnte nicht entscheiden, ob in seiner Arbeit die „gemessene Empfindlichkeit sich nur auf den gelben Fleck oder auf die umliegenden Teile der Netzhaut bezieht“ <sup>2)</sup>, da das Bild der leuchtenden Fläche des Prismas auf der Netzhaut die Größe des gelben Fleckes ganz erheblich überstieg; auch wurden keine besonderen Erscheinungen bemerkt, „welche auf ein abweichendes Verhalten des gelben Fleckes gegenüber der umliegenden Netzhautpartien hinweisen könnten.“ Unserer Meinung nach hat man vielleicht gerade in dem Auftreten des zweiten Maximums der Kurven einen Beweis dafür, daß die gemessene Lichtempfindlichkeit größtenteils sich eben auf den gelben Fleck bezog. Dann scheint es vollkommen verständlich, warum dieses Maximum in gewissen Fällen auch verschwinden kann,

1) A. Pflüger, l. c. p. 192.

2) l. c. p. 193.

nämlich wenn das Auge zufällig in eine solche Lage gebracht wird, daß das Bild der leuchtenden Fläche nicht auf den gelben Fleck, sondern auf die umliegenden mehr unempfindliche Netzhautteile fällt. Mit solchem Verschwinden des zweiten Maximums der Kurven hat man bei den Beobachtungen Sch. II, A. III, E. II zu tun. Für den Beobachter Sch. teilt A. Pflüger<sup>1)</sup> z. B. zwei Reihen der Zahlen (die Spaltbreiten  $s$ ) mit, die der Helligkeit im prismatischen Spektrum umgekehrt proportional sind. Es ergeben sich daraus die *Helligkeiten*, welche in der Tab. XIX zusammengestellt sind.

Tabelle XIX.

Sch.

Helligkeit im prismatischen Spektrum.

$\lambda$	443	461	472	483	495	510	525	542	583	639
I	0,41	1,25	—	1,79	3,0	5,0	10,3	4,76	1,39	0,041
II	0,37	1,89	4,55	9,1	11,1	12,7	11,1	5,56	—	—

Wie man sieht, stimmen in beiden Reihen die Zahlen bei  $\lambda < 470$  und  $\lambda > 510$  ziemlich gut überein, indem für  $\lambda = 483 - 510$  die Helligkeit in der Reihe II etwa 3—5mal stärker ist. Dementsprechend zeigt die Empfindlichkeitskurve in diesem Spektralgebiete für die Beobachtung II nur eine Depression, indem man bei der Beobachtung I<sup>2)</sup> ein zweites Kurvenmaximum bekommt. Dabei bemerkt A. Pflüger, daß der Beobachter Sch. „zwischen I und II einen starken Schnupfen durchzumachen hatte“.<sup>3)</sup>

Somit ist es so gut wie unmöglich, die Kurven von A. Pflüger für unseren Zweck zu benutzen. Ohne Doppelmaximum und mit einem relativ glatten Verlauf scheinen nur die Kurven Sch. II und A. III zu sein. Für diese bekommen wir

Tabelle XX.

Sch. II.

Berechnet mit  $\lambda_0 = 490 \mu\mu$ ,  $m = 370$ .

$\lambda$	473	461	472	483	490	495	510	525	542
beob.	14	36	64	100	—	87	71	45	16
ber.	14	50	77	96	100	99	75	42	16

1) A. Pflüger, l. c. p. 199.

2) l. c. p. 204.

3) l. c. p. 197.

## Tabelle XXI.

## A. III.

Berechnet mit  $\lambda_0 = 498 \mu\mu$ ,  $m = 270$ .

$\lambda$	443	461	472	483	493	498	510	525	542	583	639
beob.	18	33	57	81	100	—	87	55	36	3,8	0,34
ber.	15	44	67	88	99	100	93	69	39	4,2	0,045

Die entsprechenden Kurven sind in den Figg. 16 u. 17 dargestellt. Die Ubereinstimmung der Beobachtung mit der Rechnung scheint auch hier befriedigend zu sein.

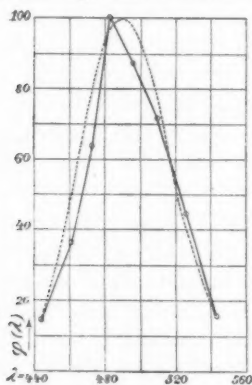


Fig. 16. Sch. II.

⊙ beobachtet, — berechnet.

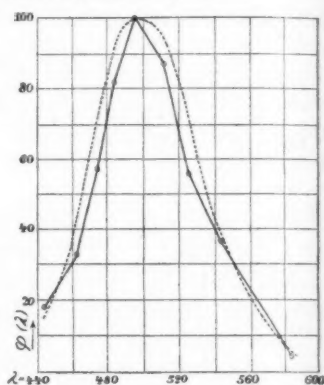


Fig. 17. A. III.

⊙ beobachtet, — berechnet.

## 9. Gesamthelligkeit des schwarzen Körpers.

Nach dem Früheren können wir für nicht zu große Helligkeiten schreiben

$$q = H \left( 1 + \frac{\gamma}{nT} \right)^{-n},$$

worin

$$\gamma = \frac{nc}{\lambda_0(n-4)}, \quad n-4 = m$$

ist und  $c$  für den schwarzen Körper bekanntlich 14700 beträgt.<sup>1)</sup>

Zur Prüfung dieser Formel liegt uns leider kein genügendes Beobachtungsmaterial vor. Meines Wissens haben nur Lummer

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 2. p. 169. 1900.

und Pringsheim<sup>1)</sup> einige Zahlen für die Gesamthelligkeit des schwarzen Körpers gegeben und zwar für die Strahlung von 1 qmm in Hefnerkerzen. Diese Zahlen sind in der Tab. XXII wiedergegeben.

Tabelle XXII.

Direkt gefunden		Durch Extrapolation gefunden	
$T$	$\varphi$	$T$	$\varphi$
1448	0,0042	1773	0,1
1598	0,0220	1973	0,5
1708	0,0635	2073	1,0

Dabei sind alle Zahlen für  $\varphi$  mit einem „etwa“ begleitet.

Da nun nur die ersten drei Zahlen für  $\varphi$  ziemlich genau sein müssen, so ist es schwer, daraus die drei Unbekannten unserer Formel, nämlich  $H$ ,  $\lambda_0$ ,  $n$  zu berechnen; es bleibt dabei  $n$  in gewissem Grade unbestimmt. So berechnen wir für  $\varphi$

Tabelle XXIII

$T$	$n = 90$	$n = 100$	$n = 150$	$n = 240$	Beob.	E. Rasch Ber.
1448	0,00420	0,00419	0,00420	0,00421	0,0042	—
1598	0,0221	0,0221	0,0221	0,0222	0,0220	0,0224
1708	0,0632	0,0634	0,0627	0,0629	0,0635	—
1773	0,11	0,11	0,11	0,11	0,1	0,11
1973	0,51	0,50	0,49	0,49	0,5	0,484
2073	1,00	0,96	0,93	0,92	1,0	0,911

und sehen, daß die Übereinstimmung der Rechnung mit der Beobachtung am besten für  $n = 90$  ist. Berechnen wir aber die entsprechenden Werte für  $\lambda_0$ , so folgt  $\lambda_0 = 488, 497, 523, 541 \mu\mu$ .

Die letzte Kolumne der Tabelle gibt die Werte von  $\varphi$  berechnet nach der Formel von E. Rasch<sup>2)</sup>, indem man die Zahlen für  $T = 1448$  und  $T = 1708$  zur Berechnung der Konstanten benutzt. Die von E. Rasch angeführte Tab. 5 zeigt eine bessere Übereinstimmung der Beobachtung mit der Rechnung; doch ist dort fehlerhaft die Differenz für  $\varphi_{\text{beob.}}$  und  $\varphi_{\text{ber}}$  bei  $T = 1448$  gleich 0,7 Proz. angegeben; es soll heißen 7 Proz. Auch benutzt der Verfasser nicht die von Lummer u. Pringsheim mitgeteilten Zahlen, sondern diejenigen von W. Nernst,

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Physik. Zeitschr. 3. p. 97. 1901.

2) E. Rasch, l. c. p. 202.

die auch keinen Anspruch auf Genauigkeit nehmen können, da dieselben mit Hilfe der sogenannten „Potenzregel“ auf Grund der Beobachtungen von Lummer und Pringsheim abgeleitet sind.

Setzt man ferner

$$a \sqrt[n]{H} = 1, \quad b n \sqrt[n]{H} = \gamma,$$

so kann man auch schreiben

$$\varphi = \left( \frac{T}{aT + b} \right)^n;$$

dann ergibt sich

Tabelle XXIV.

$n$	$a$	$b$
90	0,8556	299,870
100	0,87085	268,501
150	0,91540	176,319
240	0,94775	109,047

Die Formel kann mit Vorteil benutzt werden, um nach dem beobachteten  $\varphi$  die entsprechende Temperatur zu berechnen. Der Wert von  $n$  spielt dann keine besondere Rolle; so finden wir z. B. für  $\varphi = 1$  für angeführte  $n$  die Temperaturen

$$T = 2076; 2078; 2084; 2089.$$

#### 10. Gesamthelligkeit des leuchtenden Platins.

Für die Strahlung des blanken Platins haben bekanntlich Lummer und Pringsheim<sup>1)</sup> die Formel gegeben

$$e_\lambda = f(T) \lambda^{-5} e^{-\frac{13130}{\lambda T}},$$

worin  $f(T)$  eine unbekannte Funktion bedeutet; bei einer gegebenen Temperatur stellt diese Formel die Beobachtungen „überraschend“ genau dar. Dann ist die photometrische Helligkeit für eine *nahezu monochromatische* Strahlung

$$F(\lambda) = \varphi(\lambda) \cdot f(T) \lambda^{-5} e^{-\frac{13130}{\lambda T}}.$$

Eine solche nahezu monochromatische Strahlung des Platins

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 1. p. 227 u. 234. 1899.



haben Le Chatelier und Boudouard<sup>1)</sup> untersucht, worin  $\lambda$  etwa  $659 \mu\mu$  betrug; dann ist

$$F(\lambda) = K f(T) e^{-\frac{19924}{T}}.$$

Herr E. Rasch hat die genannten Beobachtungen dazu benutzt, um seine Formel

$$F(\lambda) = H e^{-\frac{\gamma}{T}}$$

zu prüfen und fand dabei  $\gamma = 19800^2)$ ,  $H = \text{Konstans}$ .

Wie wir sehen, stimmen die Exponenten von  $e$  in beiden Formeln vollkommen gut überein<sup>3)</sup>, was aber den Wert von  $H$  anbelangt, so ist derselbe keine Konstante. In der Tat haben wir mit E. Rasch

$$\log F(\lambda) = \log H - \frac{\gamma}{T} \log e,$$

also muß  $T \log F(\lambda)$  in seiner Abhängigkeit von  $T$  eine gerade Linie darstellen. Der Verfasser hat die Zahlen von  $T \log F(\lambda)$  angeführt und die entsprechende Gerade konstruiert.<sup>4)</sup> Nun zeigt aber ein Blick auf die Raschsche Zeichnung ganz klar, daß die Werte von  $T \log F(\lambda)$  für niedrige Temperaturen mit dieser Geraden nicht übereinstimmen. Die Arbeit von Le Chatelier und Boudouard blieb mir leider unzugänglich; ich benutze daher direkt die von E. Rasch berechneten Zahlen für  $T \log F(\lambda)$ , um den Wert von  $K f(T)$  zu finden. In dieser Weise bekommt man

Tabelle XXV.

$T$	873	973	1073	1173	1273	1373	1473	1573	1673	1773	1873
$10^{-5} K f(T)$	6,9	5,6	5,4	4,8	4,9	4,8	4,8	5,2	5,0	5,1	5,4

Aus dieser Tabelle ist leicht ein deutlicher Zusammenhang von  $K f(T)$  mit der Temperatur zu ersehen, und zwar bei kleinen bez. großen Temperaturen. Für mittlere Temperaturen (1100—1700) zeigt  $K f(T)$  unregelmäßige Schwankungen, bleibt also wirklich nahezu konstant.

1) E. Rasch, l. c. p. 198.

2) l. c. p. 200.

3) Vgl. auch R. Lucas, Physik. Zeitschr. 6. p. 19. 1905.

4) E. Rasch, l. c. p. 198.

Für die Gesamtstrahlung des blanken Platins berechnen wir jetzt dem früheren ganz analog die Helligkeit

$$\varphi = f(T) \left( \frac{T}{a' T + b'} \right)^n,$$

$$\frac{a'}{b'} = \frac{\lambda_0 (n-4)}{c'},$$

worin der Kürze wegen  $13130 = c'$  gesetzt ist. Daraus folgt nach dem Logarithmieren und Differenzieren

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = dT \left[ \frac{d \lg f(T)}{dT} + \frac{n}{T \left( 1 + \frac{\lambda_0 (n-4)}{c'} T \right)} \right].$$

Die Zahlen für  $Kf(T)$  sind leider zu ungenau, um daraus  $d \lg f(T)/dT$  berechnen zu können. Da aber für die mittleren Temperaturen  $f(T)$  nahezu unveränderlich bleibt, so haben wir für dieses Temperaturintervall einfach

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = dT \frac{n}{T \left( 1 + \frac{\lambda_0 (n-4)}{c'} T \right)}.$$

Nun haben Lummer und Kurlbaum<sup>1)</sup> ihre Beobachtungen über die Gesamtstrahlung des blanken Platins durch die empirische Formel darzustellen versucht

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^x,$$

worin  $x$  eine mit der Temperatur wachsende Zahl bedeutet. Anders geschrieben haben wir

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = \frac{x}{T} dT.$$

Vergleichen wir diesen Ausdruck mit dem unserigen, so folgt

$$x = \frac{n}{1 + \frac{\lambda_0 (n-4)}{c'} T}.$$

Wir haben oben eine kleine Reihe von den entsprechenden Werten  $n$  und  $\lambda_0$  für Lummer und Pringsheim gefunden (p. 647); es würden daher für diese Beobachter folgende Zahlen sich ergeben.

1) O. Lummer u. F. Kurlbaum, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 2. p. 88. 1900.

Tabelle XXVI.

$n/T$	1100	1200	1400	1600
90	19,9	18,3	16,5	14,7
100	20,0	18,7	16,4	14,7
150	20,3	18,8	16,4	14,5
240	20,5	18,9	16,5	14,5
Lummer u. } Kurlbaum }	21	19	(18)	15
E. Rasch	22,7	20,8	17,9	15,6

Zieht man in Betracht, daß wir  $x$  nach den Angaben von Lummer und Pringsheim ( $\lambda_0, n!$ ) berechnen, so scheint die Übereinstimmung der Rechnung mit der Beobachtung von Lummer und Kurlbaum eine vorzügliche zu sein, freilich mit einer Ausnahme für  $T=1400$ . Hier finden wir etwa  $x=16,5$ , indem nach Lummer und Kurlbaum  $x=18$  sein soll. Nun ist in der Fig. 18 die Kurve  $x = \psi(T)$  für blankes

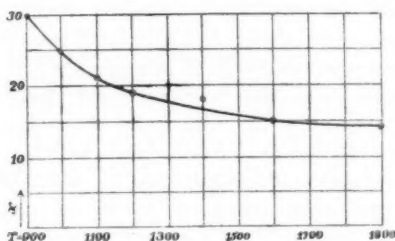


Fig. 18.

O. Lummer und F. Kurlbaum.  $x = \psi(T)$ .

Platin nach genannten Verfassern gezeichnet. Wir sehen, daß diese Kurve einen genug glatten Verlauf zeigt, wenn man nur den Punkt  $x=18$  ausschließt. Es ist daher zu vermuten, daß diese Zahl etwas fehlerhaft ist.

Die letzte Horizontalreihe der Tab. XXVI stellt die nach der Formel von E. Rasch<sup>1)</sup>  $x = 25000/T$  berechneten Zahlen dar.

### 11. Schluß.

Als Resultat unserer ganzen Untersuchung können wir aussagen, daß die gewonnene Formel für die Farbenempfind-

1) E. Rasch, l. c. p. 197–198.

lichkeit des Auges in allen untersuchten Fällen sich ziemlich gut den Beobachtungen anschließt. Eine andere Frage, ob diese Formel eine *theoretische* Bedeutung hat, oder nur als eine *empirische* gelten kann. Aber auch in diesem letzten Falle scheint dieselbe nicht ohne Interesse, da sie meines Wissens zum erstenmal die Farbenempfindlichkeit des Auges mit gewissem Erfolge analytisch darzustellen versucht. Was nun die theoretische Ableitung der Formel anbetrifft, so wird das vermutlich große Schwierigkeiten verursachen. Man muß sich daher begnügen, nur die theoretische Möglichkeit der Formel für die Farbenempfindlichkeit des Auges zu begründen. Das soll in einer späteren Arbeit geschehen.

Kasan, im Herbst 1904.

(Eingegangen 25. Januar 1905.)

### 3. Über das Verhältnis der mittleren (Bunsenschen) Kalorie zur 15°-Kalorie ( $\bar{c}_{9-100}/c_{15}$ ); von U. Behn.

(Im Auszuge mitgeteilt im Sitzungsber. der k. preuß. Akad. d. Wissensch.  
zu Berlin. Physik.-math. Klasse, 12. Jan. 1905)

#### § 1. Einleitung.

Im Jahre 1895 wies E. H. Griffiths<sup>1)</sup> darauf hin, wie wichtig eine internationale Verständigung über die Wärmeinheit sei. Die von ihm diskutierte Angelegenheit wurde dem Committee on Electrical Standards überwiesen, welche dann im folgenden Jahre als theoretische Einheit das Erg, weiter aber, da dieses zu unbequem großen Zahlen führen würde und in keiner einfachen Beziehung zur Wasserkalorie steht, als praktische Einheit 4,2 Joule<sup>2)</sup> vorschlug. Die Beziehung dieser Einheit, die der 7°-Wasserkalorie nahe liegt, zur spezifischen Wärme des Wassers müßte dann später genauer festgelegt werden.

Während es aber wohl kaum zweifelhaft ist, daß das Erg als grundlegende Einheit allgemein angenommen werden wird, sind gegen die Wahl der sekundären begründete Bedenken geltend gemacht worden. E. Warburg betonte 1899 in seinem Referat über die Wärmeeinheit<sup>3)</sup> auf der Naturforscherversammlung in München, daß man bei der Wahl der Einheit jede nicht durchaus notwendige Neuerung vermeiden müsse, um die schnelle allgemeine Annahme derselben zu sichern. Er gibt deshalb einer Wasserkalorie den Vorzug. Der Einwand, daß dieser die einfache Beziehung zu den elektrischen Einheiten fehle, trifft das Rowland in gleicher Weise.

Aber auch hier bleibt noch eine Wahl. Während man bei kalorimetrischen Messungen nach der Mischungsmethode naturgemäß eine  $t^\circ$ -Kalorie wählt, wenn man in der Nähe

1) In einem vor der British Association zu Ipswich gehaltenen Vortrage, vgl. Phil. Mag. (5) 40. p. 431. 1895.

2) Nach E. H. Griffiths Vorschlag als „Rowland“ zu bezeichnen.

3) Leipzig, J. A. Barth. 1900.

von  $t^0$  arbeitet, ist das Eiskalorimeter nach Bunsens Vorgang<sup>1)</sup> bisher stets mit Wasser von  $100^0$ , also mit der mittleren Kalorie ( $\bar{c}_{0-100}$ ), geeicht worden. Warburg entscheidet sich hier, obwohl des Vorzuges der mittleren Kalorie, von thermometrischen Messungen unabhängiger zu sein, wohl bewußt, für die  $t^0$ -Kalorie (und zwar für  $c_{15}$ ). In der Tat wird wohl die überwiegende Mehrzahl kalorimetrischer Bestimmungen mit dem Wasserkalorimeter ausgeführt, und um die mit dem Eiskalorimeter erhaltenen Resultate mit diesen vergleichbar zu machen, müßte eben nur das Verhältnis  $\bar{c}_{0-100}/c_{15}$  möglichst genau bestimmt werden.

Dieser aus Warburgs Referat geschöpften Anregung folgend, habe ich mich in den letzten Jahren mit der angegebenen Aufgabe beschäftigt. Die Versuche wurden ausgeführt mit Unterstützung der Royal Society of London, der ich auch hier meinen ergebensten Dank sage.

#### § 2. Wahl der Methode und Präzisierung der Aufgabe.

Um das Verhältnis  $\bar{c}_{0-100}/c_{15}$  zu bestimmen, kann man sich außer elektrischer Methoden der Mischungsmethode oder des Eiskalorimeters bedienen. Ich habe für meine Messungen das Eiskalorimeter benutzt und stellte mir die Aufgabe, diejenige Quecksilbermenge zu bestimmen, die in das Kalorimeter eindringen würde, wenn man eine  $15^0$ -Kalorie einbrächte. Zu diesem Zweck habe ich die Quecksilbermengen bestimmt, die in das Eiskalorimeter eindringen 1. wenn man Wasser von  $10^0$  und 2. wenn man Wasser von  $20^0$  einbringt. (Ich werde diese Mengen  $10 \bar{q}_{0-10}$  und  $20 \bar{q}_{0-10}$  nennen.) Hieraus ergibt sich diejenige Menge, die dem  $c_{15}$  entspricht<sup>2)</sup> ( $q_{15}$ ), in einfachster Weise. Für die dem  $\bar{c}_{0-100}$  entsprechende Quecksilbermenge ( $\bar{q}_{0-100}$ ) liegen schon drei Messungen vor: von R. Bunsen<sup>3)</sup>, A. Schuller und V. Wartha<sup>4)</sup> und von A. W. Velten.<sup>5)</sup> Bunsens Messung ist, wie er l. c. selbst

1) R. Bunsen, Pogg. Ann. **141**. p. 1. 1870; ferner z. B. A. Schuller u. V. Wartha. Wied. Ann. **2**. p. 359. 1877; A. W. Velten, Wied. Ann. **21**. p. 58. 1884; C. Dieterici, Wied. Ann. **33**. p. 417. 1888.

2) Vgl. § 7.

3) R. Bunsen, Pogg. Ann. **141**. p. 1. 1870.

4) A. Schuller u. V. Wartha, Wied. Ann. **2**. p. 359. 1877.

5) A. W. Velten, Wied. Ann. **21**. p. 58. 1884.

angibt, nur eine vorläufige. Das Mittel der beiden anderen Werte, die etwa den gleichen wahrscheinlichen Fehler haben, ist

$$\bar{q}_{0-100} = \frac{15,442 + 15,471}{2} = 15,456 \text{ mg.}$$

Dieser Wert<sup>1)</sup> ist von mir bei der Berechnung des  $\bar{c}_{0-100}/c_{15}$  zugrunde gelegt.

### § 3. Apparate und Einrichtungen.

Ein etwa 20 cm<sup>3</sup> fassendes zylindrisches Platingefäß (Fig. 1) wurde fast vollständig<sup>2)</sup> mit ausgekochtem destillierten Wasser gefüllt und durch Zuschweißen des Röhrchens bei *a* geschlossen. Die Länge des zylindrischen Teiles des Gefäßes betrug 10 cm, der Durchmesser 1,65 cm, die Wandstärke 0,015 cm. Bei *b* und *c* war dasselbe mit Gold gelötet. Dieses Platingefäß wurde längere Zeit (mindestens 4 Stunden) vor dem Versuche in den obersten Teil des Hohlraumes *h* eines Wasserbades *W* (Fig. 2 u. 3) gebracht und dort mittels eines dünnen Seidenfadens *s* aufgehängt. Das umgebende Wasserbad von etwa 3<sup>3</sup>/<sub>4</sub> Liter Inhalt konnte, geschützt durch mehrere wärmeisolierende Hüllen, ohne Schwierigkeit während einer Stunde auf einer Temperatur erhalten werden, die sich um weniger als 0,01° änderte. Räumlich war hierbei die Temperatur des Wassers, soweit meßbar, völlig gleichförmig. Es wurde zuerst versucht, zur Wärmeisolation ein zylindrisches Vakuummantelgefäß von 15 cm innerer Weite herzustellen, dies gelang jedoch nicht, da die Gefäße, selbst vorsichtig gekühlt<sup>3)</sup>, doch immer zersprangen. Es wurde daher der Zwischenraum eines solchen versilberten Gefäßes *p* mit Eiderdaunen gefüllt (Fig. 3), dasselbe auch außen noch mit einem gleichen Mantel *m* umgeben und über und unter dem Wasserbad passend geformte Kissen

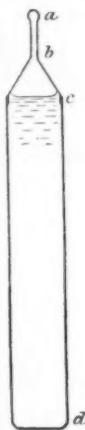


Fig. 1  
( $\frac{1}{2}$  nat. Gr.).

1) Vgl. hierzu C. Dieterici, nächstes Heft der Annalen.

2) 97 Proz., nach dem Schließen gemessen durch Bestimmung des Auftriebes in Wasser.

3) Hrn. R. Burger, Berlin, bin ich für seine Bemühungen dankbar; ebenso der Firma Schott u. Genossen, Jena, die das Kühlen ausführte. Die Gefäße sprangen trotzdem regelmäßig beim Evakuieren am oberen Rande infolge des äußeren Überdruckes.

( $K^1$ ) und  $k$ ) mit gleicher Füllung angebracht. Die Hüllen, die in der Figur mit kleinen Buchstaben bezeichnet sind, getragen von der Geradföhrung  $G$  (Fig. 4), konnten mit einem Griff nach unten hin beseitigt und nun das Wasserbad auf einer an der Decke befestigten Schieneneneinrichtung ( $S$ ) über das

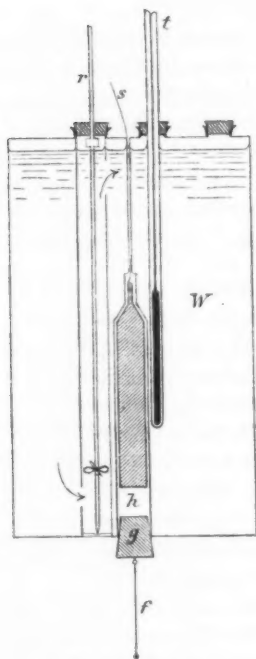


Fig. 2 ( $\frac{1}{4}$  nat. Gr.).

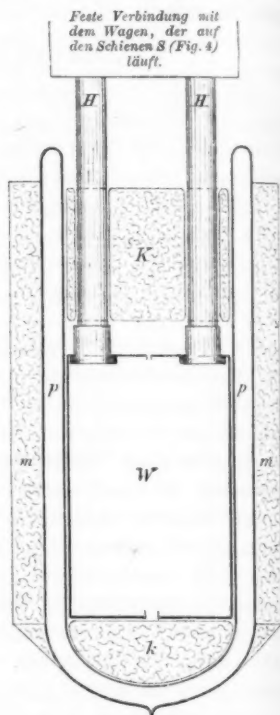


Fig. 3 ( $\frac{1}{6}$  nat. Gr.).

Eiskalorimeter gebracht werden. Dieses war der Hauptsache nach, wie dasjenige von Schuller und Wartha angeordnet, wie aus Fig. 5<sup>a</sup>) ersichtlich ist und hatte nach außen hin eine

1)  $K$  hat vier eingenähte Filzschläuche zum Durchlaß von Thermometer, Rührwerk und den beiden Rundhölzern  $H$ .

2) Der Deckel der äußeren Kalorimeterkiste ist in der Figur weggelassen.



gute Wärmeisolation, so daß von den im äußeren Eismantel enthaltenen 50 kg pro Tag etwa nur 5 kg schmolzen. Über die Einrichtung und Behandlung des Eiskalorimeters soll später<sup>1)</sup> eingehend berichtet werden. Es sei hier nur betont, daß besondere Sorgfalt auf die Erzielung einer völlig luft-

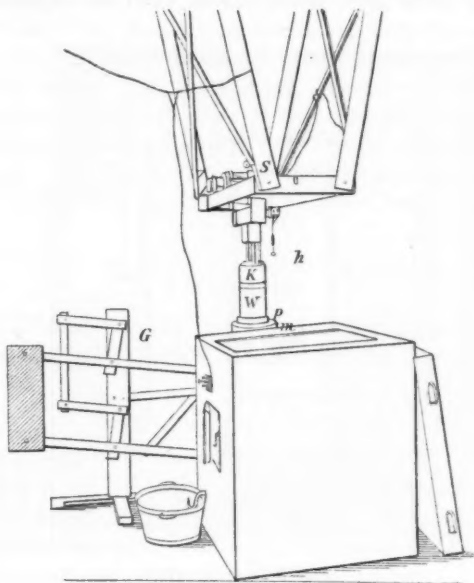


Fig. 4 (ca.  $\frac{1}{35}$  nat. Gr.).

( $p$  reicht normal bis zur Höhe  $h$ .) In der Abbildung ist der Moment vor dem Einbringen des Platingefäßes in das Kalorimeter wiedergegeben. Der Schnurlauf zwischen Motor und Rührwerk ist bereits gelöst;  $p, m$  mittels  $G$  zu  $\frac{3}{4}$  gesenkt. Danach wird  $W$  frei und wird auf  $S$  vorgerollt.

freien Wasserfüllung und auf die Reinheit des verwendeten Quecksilbers verwandt wurde.

#### § 4. Gang der Versuche.

Vor jedem Versuch wurde (in der Regel am Abend vorher) das Platingefäß in den inneren Hohlraum des Wasserbades

1) Voraussichtlich in den Ann. d. Phys. 1905.

gebracht und dieses in seine Hüllen eingesenkt. Am nächsten Morgen wurde dann der Gang des Thermometers ( $t$  in Fig. 2) unter Benutzung des Rührwerkes  $r$  beobachtet. Das Minimum der Temperatur, das im Zimmer selbst früh morgens erreicht wird, stellt sich im Wasserbad ganz flach, etwa gegen Mittag ein. Um diese Zeit änderte sich dann die Temperatur oft

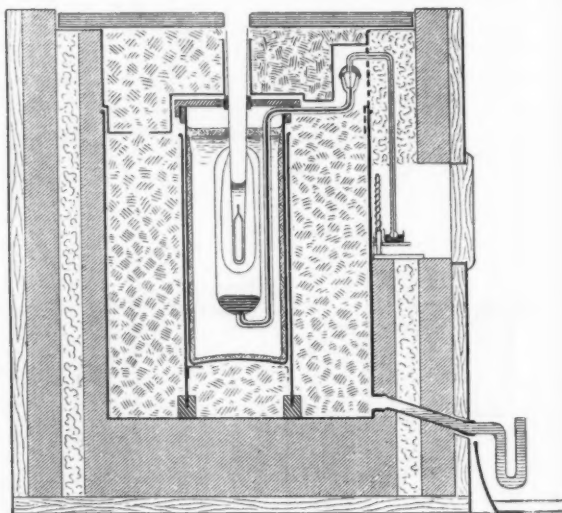


Fig. 5 ( $\frac{1}{18}$  nat. Gr.).

schon ohne besondere Maßnahmen pro Stunde um weniger als  $0,01^\circ$ .<sup>1)</sup>

Vorversuche hatten ergeben, daß das Platingefäß<sup>2)</sup> in etwa 30 Min. die Temperatur des Bades auf  $0,01^\circ$  genau annahm. Nachdem also die Angaben des Thermometers seit mindestens

1) Die  $10^\circ$ -Serie wurde im Beginn des Frühlings, die  $20^\circ$ -Serie im Sommer ausgeführt, also zu Zeiten, wo die Zimmertemperatur von selbst etwa  $10^\circ$  und  $20^\circ$  betrug.

2) Dasselbe paßte in den Hohlraum  $h$  so gut, daß man es mit einem ungefalteten Stückchen Papier festklemmen konnte. In der Fig. 2 ist der Deutlichkeit halber der Zwischenraum vergrößert dargestellt.

einer Stunde bis auf 0,01<sup>0</sup> konstant geworden waren und nach Auswechslung des Quecksilbersnäpfchens *q* am Kalorimeter fand die Überführung des Platingefäßes in das Eiskalorimeter statt. Die Hülle des Wasserbades wurde entfernt, der Gummistopfen *g* (Fig. 2) am hängenden Faden *f* herausgezogen, das Badgefäß über das Kalorimeter gerollt, wo es in passender Stellung durch eine Einschnappvorrichtung festgehalten wurde. Dann wurde das Ende des Seidenfadens gelöst und nun das Platingefäß schnell heruntergelassen. Dieser ganze Vorgang der Überführung dauerte etwa 5 Sek., das Herablassen<sup>1)</sup> des Platingefäßes schätzungsweise  $\frac{1}{5}$  Sek.  $\frac{1}{2}$  bis 2 Stunden später wurde dann das Quecksilbersnäpfchen ausgewechselt und die weitere Veränderung seines Inhaltes kontrolliert.<sup>2)</sup>

§ 5. Wägung des Platingefäßes und spezifische Wärme des Platins.

Das Platingefäß wog mit Wasserfüllung (auf luftleeren Raum reduziert) 40,2776 g.<sup>3)</sup> Davon kommen auf das

Platin . . . . .	19,2260
Wasserinhalt . . . . .	21,0510
Luftinhalt . . . . .	0,0006

In der Zahl für Platin sind etwa 0,3 g Iridium einbezogen und ebensoviel Gold, mit welchem der Zylinder bei *b* und *c* gelötet war.<sup>4)</sup>

Die spezifische Wärme des Platins zwischen 0 und 20<sup>0</sup> wurde bestimmt an einem etwa 500 g schweren Platinzylinder<sup>5)</sup>

1) Das Platingefäß ins Kalorimeter fallen zu lassen, ist nicht zulässig.

2) Will man genaue Resultate mit dem Eiskalorimeter erhalten, so kommt auf Form und Behandlung der Ausflußkapillare, ihrer Mündung, auf die Stellung und Auswechslung der Quecksilbergefaße viel an. Dies sowie die Art, wie am besten die laufenden Wägungen der Quecksilbergefaße in Rechnung zu ziehen sind, soll später in den Annalen der Physik diskutiert werden.

3) Die Abnutzung betrug etwa  $\frac{1}{100\,000}$ .

4) Nach Angabe von W. C. Heraeus, Hanau.

5) Von W. C. Heraeus freundlichst zur Verfügung gestellt; genauere Angaben über diese Messung sollen ebenfalls in den Annalen veröffentlicht werden.

zu 0,03131 bezogen auf  $c_{15}$ .<sup>1)</sup> Die spezifische Wärme für Gold ist etwas kleiner, die für Iridium etwas größer; die beiden Beimengungen machen also keine Korrektur nötig.

Zur Berechnung des Wasserwertes für beide Versuchsserien wurde 0,0312 eingesetzt:

$$19,2260 \cdot 0,0312 = \frac{21,0510 \text{ (Wasser)}}{0,6000 \text{ (Platin)}} = 21,6510$$

#### § 6. Resultate der 10°-Serie.

Von Vorversuchen abgesehen, die allerdings bei weitem die längste Zeit in Anspruch nahmen, sind im folgenden sämtliche Versuchsergebnisse angeführt. Obgleich es vielleicht gerechtfertigt wäre, einige der einzelnen Resultate, die starke Abweichungen zeigen, auf Grund der Notizen im Tagebuch auszulassen, ist dies nicht geschehen, weil die Grenzen objektiver Begründung nicht immer sicher festzustellen sind.

In der Versuchsserie, bei der Wasser von etwa 10° benutzt wurde, sind elf Versuche ausgeführt. Die Quecksilbermenge, die eingesaugt wurde, betrug auf 10,000° reduziert:

3,3664 g

3,3684

3,3602

3,3668

3,3635

$$3,3648 : 21,6510 = 0,15541$$

3,3645

Also entspricht dem  $\bar{c}_{0-10}$  die Quecksilbermenge

3,3601

$$0,015541 \text{ g}$$

3,3690

3,3687

3,3642

3,3663

---

 3,3648 g

Die maximale Abweichung vom Mittel beträgt 0,14 Proz.; der wahrscheinliche Fehler<sup>2)</sup> des Mittels ist 0,02 Proz. Die

1) Unter Benutzung der weiter unten mitgeteilten Zahlen.

2) Die Diskussion systematischer Fehler vgl. weiter unten.

Anfangstemperaturen des Wasserbades wurden mit einem Einschlußthermometer P.T.R. Nr. 18562 aus Jenaer Glas 59<sup>III</sup> gemessen, dessen Angaben durch Eichung von seiten der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt vor und nach dem Gebrauch auf das Wasserstoffthermometer reduziert und auf 0,005° genau korrigiert waren. Die Anfangstemperaturen lagen zwischen 9,4° und 10,7°. Um die Korrektur, die für 1° Abweichung von der normalen Anfangstemperatur 10° anzubringen ist, zu bestimmen, nehmen wir an, wir hätten  $\bar{c}_{0-(10 \pm 1)}$  statt  $\bar{c}_{0-10}$  gemessen. Die Korrektur beträgt

$$\begin{aligned}\bar{c}_{0-10} - \bar{c}_{0-(10 \pm 1)} &= \frac{1}{10} \int_0^{10} c dt - \frac{1}{10 \pm 1} \int_0^{10 \pm 1} c dt \\ &= \bar{c}_{0-10} - \frac{\bar{c}_{0-10} \cdot 10 \pm c_{10}}{10 \pm 1}\end{aligned}$$

annähernd, und ist für die entsprechenden Quecksilbermengen prozentuell dieselbe. Da die relative Veränderung der spezifischen Wärme des Wassers zwischen 0 und 20° hierfür hinreichend genau bekannt ist, wurde diese Korrektur angebracht. Es war zu wählen zwischen den Formeln

$$(1) \quad c = 1 - 10^{-4} \{2,7(t - 15) - 0,1(t - 15)^2\}^1,$$

anders geschrieben

$$(2) \quad c = 1,0063 - 10^{-4} \{5,7t - 0,1t^2\}$$

und nach den neueren Messungen von Callendar und Barnes<sup>2)</sup> etwa

$$(3) \quad c = 1,0091 - 10^{-4} \{8,82t - 0,18t^2\}.$$

1) Die Formel ist von E. Warburg (l. c.) für das Intervall 10° bis 20° aufgestellt; sie gibt den Mittelwert der Messungen von H. A. Rowland u. E. H. Griffiths, Proc. Roy. Soc. 61. p. 479. 1897; A. Bartoli u. E. Stracciati, Nuov. Cim. (3) 34. p. 64—67. 1893 und E. Lüdén, Mitt. d. naturw. Ges. Winterthur 1900, und kann mit geringerer Genauigkeit bis 0° angewandt werden.

2) Literaturangaben vgl. § 8.

Der Unterschied im Resultat, je nachdem (2) oder (3) angewendet wird, erreicht noch nicht 0,01 Proz. Formel (3) wurde gewählt.

### § 7. Resultate der 20°-Serie.

Die zweite Versuchsserie, bei der Wasser von etwa 20° benutzt wurde, bestand aus sieben Versuchen. Die Anfangstemperaturen lagen zwischen 19,8 und 23,9°. Die gemessenen Quecksilbermengen auf 20,000° reduziert sind:

6,7127 g

6,7155

6,7147

6,7120

6,7105

6,7100

6,7113

---

 6,7124 g

$$6,7124 : 21,6510 = 0,31002$$

Also entspricht dem  $\bar{c}_{0-20}$  die Quecksilbermenge

$$0,015501 \text{ g}$$

Die maximale Abweichung vom Mittel beträgt hier nur 0,05 Proz.; der wahrscheinliche Fehler des Mittels 0,008 Proz.

Es läßt sich nun die Quecksilbermenge, die dem  $c_{15}$  entspricht, auf zwei Wegen finden: Entweder man berechnet aus einer Gleichung, die für  $c$  zwischen 0 und 20° gültig ist, das Verhältnis  $c_{15}/\bar{c}_{0-20}$  und findet so

$$q_{15} = \frac{c_{15}}{\bar{c}_{0-20}} \cdot \bar{q}_{0-20}.$$

Oder man berechnet aus  $\bar{q}_{0-20}$  und  $\bar{q}_{0-10}$   $\bar{q}_{10-20}$ , das mit  $q_{15}$  ja schon fast identisch ist, und hat dann

$$q_{15} = \frac{c_{15}}{\bar{c}_{10-20}} \cdot \bar{q}_{10-20}.$$

So geht zwar der Wert  $\bar{q}_{0-10}$ , der nach den obigen Messungen naturgemäß nicht so genau bekannt ist wie  $\bar{q}_{0-20}$ , ein, dafür brauchen wir hier aber nur die relativen Werte für  $c$  zwischen 10 und 20°, d. h. in demjenigen Gebiet, in dem sie am besten bekannt sind. Es empfiehlt sich also, den letzten Weg einzuschlagen. Wir erhalten zunächst

$$\bar{q}_{10-20} = 0,015461 \text{ g},$$

und dann, einerlei ob man Formel (2) oder (3) benutzt,

$$q_{15} = 0,015460 \text{ g.}$$

Es ist also, wenn man 0,015456<sup>1)</sup> für  $\bar{c}_{0-100}$  einsetzt

$$\frac{\bar{c}_{0-100}}{c_{15}} = \frac{\bar{q}_{0-100}}{q_{15}} = \frac{0,015456}{0,015460} = 0,9997.$$

Es ist übrigens bemerkenswert, daß, wenn man zur Berechnung von  $q_{15}$  den ersten der oben bezeichneten Wege wählt, man bei Benutzung der Formel (3) genau dasselbe Resultat wie oben erhält.

### § 8. Systematische Fehler.

1. Das Gewicht des Platinzylinders und seines Wasserinhaltes wurde nach Beendigung der Versuche kontrolliert dadurch, daß derselbe angeschnitten, entleert, getrocknet und wieder gewogen wurde.

2. Der Hohlraum  $h$  des Wasserbades war oben fast, unten vollkommen luftdicht verschlossen. Schornsteinwirkung (die übrigens wohl nur bei größeren Temperaturdifferenzen des Bades gegen die Umgebung zu fürchten ist) konnte also nicht eintreten.

3. Eine merkliche Wärmeabgabe des Platinzylinders beim Hinunterlassen ist, da die Zimmerluft mit der des Bades auf ca. 1<sup>o</sup> übereinstimmte, ausgeschlossen.

4. Zum Einsinken in die Spülflüssigkeit des inneren Kalorimeterrohres bis zur Lotnaht  $c$  (Fig. 1) brauchte der Platinzylinder ca. 5 Sek. Es ist möglich, daß während dieser Zeit eine Wärmemenge an die Luft abgegeben wurde, die die Größenordnung von 0,01 Proz. erreichte. Eine Erweiterung des Kalorimeterrohres hätte diesem Übelstand abgeholfen, aber neue verursacht.

5. Nach dem Einsinken bildet die Spülflüssigkeit eine wärmeisolierende Schicht über dem Platingeß. Das lehrt z. B. auch die Art, wie der Eismantel im Gebrauch wegschmilzt (vgl. Bunsen l. c.). Wird noch Wärme an die darüberstehende Luft abgegeben, so hilft ein oben aufgesetzter

1) Vgl. § 2.

Pfropfen (wie Bunsen ihn verwendet) nichts, da die Wände des Rohres ja  $0^{\circ}$  haben, die steigende Luft also stets wieder abkühlen.

6. Auf völlige Luftfreiheit des Eismantels ist der größte Wert zu legen. Das Eis muß glasklar aussehen. Das Wasser wird im Vakuum ausgekocht und eingefüllt; außerdem empfiehlt es sich den Eismantel langsam zu bilden. Die innerste Schicht desselben, die man schnell entstehen lassen muß (wegen der äußerst hartnäckigen Unterkühlung), entfernt man am besten vor dem ersten Versuch.

7. Über die hinreichende Höhe des Eismantels gaben Vorversuche Auskunft.

8. Die Aufstellung der Quecksilbernäpfe, sowie die Korrekturrechnung für die eingesaugten Quecksilbermengen kann zu mehreren allerdings nur geringfügigen Fehlerquellen werden. Ich verweise hier, sowie was die Bemerkungen 3 bis 7 betrifft, auf die eingehende Diskussion.<sup>1)</sup>

9. Von dem benutzten Seidenfaden geben etwa 10 cm ihre Wärme im Kalorimeter ab; diese 10 cm wogen 0,0013 g.

#### § 9. Fremde Resultate.

Ältere Werte für das Verhältnis  $\bar{c}_{0-100}/c_{15}$  sind in Warburgs Referat<sup>2)</sup> aufgeführt:

„Lüdin<sup>3)</sup> findet aus seinen verbesserten Werten der spezifischen Wärme des Wassers zwischen  $0^{\circ}$  und  $100^{\circ}$

$$\frac{\bar{c}_{0-100}}{c_{15}} = 1,0052.$$

Dieterici findet das Arbeitsäquivalent der mittleren Kalorie gleich 4,233 Joule.<sup>4)</sup> Daraus folgt in Verbindung mit dem von Rowland bestimmten Arbeitsäquivalent der  $15^{\circ}$ -Kalorie

$$\frac{\bar{c}_{0-100}}{c_{15}} = \frac{4232}{4189} = 1,0103.$$

1) l. c.

2) E. Warburg, l. c.

3) E. Lüdin, Mitteil. der Naturwiss. Ges. Winterthur 1900.

4) Dieterici's Wert ist hier auf das internationale Ohm umgerechnet. Vgl. E. H. Griffiths, Phil. Mag. 40. p. 446. 1895.



Endlich folgt aus Versuchen von Joly<sup>1)</sup> mit dem Dampfkalorimeter, wenn Griffiths' Ausdruck der latenten Verdampfungswärme des Wassers bezüglich der 15°-Kalorie angenommen wird:

$$\frac{\bar{c}_0 - 100}{c_{15}} = 0,9957.$$

Die Abweichungen gingen also hier noch bis zu 1,5 Proz.

Seit einigen Jahren beschäftigten sich Callendar und Barnes<sup>2)</sup> mit der Bestimmung der spezifischen Wärme des Wasser zwischen 0° und 100°.

Callendar<sup>3)</sup> findet

$$\frac{\bar{c}_0 - 100}{c_{15}} = 1,0004.$$

Barnes<sup>4)</sup>

$$\frac{4,1833^{5)})}{4,1840} = 0,9998.$$

Der letzte Wert ist wohl besonders deshalb bemerkenswert, weil Barnes mit H. Lester Cooke<sup>6)</sup> zusammen die spezifische Wärme des Wassers bis  $-5^\circ$  verfolgt hat, und dadurch die Werte für den bisher nur mangelhaft bekannten Verlauf der spezifischen Wärme des Wassers in der Nähe von 0° besser gestützt erscheinen.

Meine Werte für  $\bar{q}_{0-10}$  und  $\bar{q}_{0-20}$  sind übrigens insofern mit den Resultaten anderer vergleichbar, als die Differenz derselben, prozentuell ausgedrückt gleich  $\bar{c}_{0-10} - \bar{c}_{0-70}$  sein müßte.

Letzteres ist nun nach

Bartoli u. Stracciati-Lüdin . . . . .	0,32 Proz.
Rowland-Griffiths (extrapoliert) . . . . .	0,40 „
(Callendar) u. Barnes . . . . .	0,52 „
Behn . . . . .	0,51 „

1) J. Joly, Phil. Trans. 186. Part. I. p. 322. 1895. Die Umrechnung von der Stickstoff- auf die Wasserstoffskala bringt hier keinen Unterschied. Vgl. F. Grützmacher, Wied. Ann. 68. p. 771. 1899.

2) H. L. Callendar und H. T. Barnes, Nature 60. p. 585. 1899. The Electrician 43. p. 775. 1899. H. T. Barnes, Proc. Roy. Soc. 67. p. 238. 1900.

3) H. L. Callendar, Rep. Brit. Ass. Glasgow p. 34. 1901.

4) H. T. Barnes, Phil. Trans. (of Canada?) (A) 199. p. 149. 1902.

5) Fast identisch mit dem Wert 4,1832 von Reynolds und Moorby.

6) H. T. Barnes u. H. Lester Cooke, Phys. Rev. 15. p. 65. 1902.

Aus den Werten von Callendar und Barnes ergibt sich also, daß die mittlere Kalorie der 15°-Kalorie jedenfalls sehr nahe liegt. Zu demselben Resultat führen auch meine Messungen, durch die überdies das Eiskalorimeter mit der 15°-Kalorie direkt geeicht wurde.

Man kann also jetzt das Resultat jeder eiskalorimetrischen Messung (sofern die eingesaugten Quecksilbermengen angegeben sind) in 15°-Kalorien ausdrücken.

Frankfurt a. M., Physik. Abt. d. Physik. Vereins, Dez. 1904.

(Eingegangen 17. Januar 1905.)

**4. Über strahlenartige Einwirkungen  
auf die photographische Bromsilbergelatine;  
von W. Merckens.**

Mit Untersuchungen über die strahlenartigen Einwirkungen von organischen und anorganischen Körpern auf die photographische Bromsilbergelatineschicht beschäftigt, sammelte sich eine umfangreiche Literatur an, aus der ersichtlich ist, daß die Meinungen über die Natur der Einwirkungen dieser Substanzen auf die Bromsilbergelatine sehr auseinandergehen. Tatsache ist, daß eine Reihe von Hölzern und holzstoffhaltigen Substanzen (gewisse Papiersorten), Harze und flüssige organische Körper (Terpene, Dipenten, Phenol, Alkohole und Äther) sowie anorganische Körper (eine Reihe Metalle, Wasserstoff-superoxyd, Chlor, Schwefelwasserstoff, Ozon etc.) in ähnlicher Weise wie Lichtwellen auf die photographische Schicht einwirken, insoweit als entwickelbare Eindrücke entstehen. Zweck meiner Untersuchungen war festzustellen, ob tatsächlich Strahlenwirkung (d. h. eine Wirkung hervorgerufen durch Ätherschwingungen) bei den betreffenden Reaktionen vorliegt, oder ob diese Einwirkungen rein chemischer Natur sind. Da die Veröffentlichungen auf diesem Gebiete sehr zerstreut sind, halte ich es für zweckmäßig, an dieser Stelle einen zusammenfassenden kurzen Auszug der Literatur zu geben, wobei selbstverständlich nur auf die in Frage kommenden wesentlichsten Momente der betreffenden Arbeiten eingegangen werden kann. Die ersten Versuche auf dem Gebiete der Einwirkungen von Körpern auf die photographische Schicht bei Abwesenheit von Licht datieren von Nièpce de St. Victor und wurden später von Laborde bestätigt. Nièpce de St. Victor fand, daß sogenanntes „dunkles“ Papier, d. h. Papier, das lange Zeit im Dunkeln aufbewahrt wurde, beim Bestrahlen im Sonnenlicht und nach langem Aufbewahren in einer licht- und luftdicht verschlossenen Blechbüchse ein photographisches Papier, das nach einigen Monaten auf die geöffnete Büchse gedrückt wurde, schwärzte.

Kapitän Colson wies 1890 nach, daß blanke Aluminium- und Zinkplatten selbst auf einige Entfernung hier die Schicht derart beeinflussen, daß entwickelbare Veränderungen in der lichtempfindlichen Schicht entstehen. Die ersten eingehenden Versuche stammen von Sir William J. Russell, dessen umfangreiche Arbeit im Jahre 1898 der „Royal Institution“ vorgelegt wurde. Verfasser fand, daß Magnesium, Zink, Kadmium, Nickel, Aluminium, Blei, Wismut, Zinn und Kobalt in absteigender Stärke auf Bromsilbergelatine einwirken. Russell fand ferner als wirksam die Terpene, Dipenten, ätherische Öle, Fette, Öle, Federn und Holz. Diese Wirkungen durchdrangen Gelatine, tierische Membran, Eiweiß, Kollodium und Guttapercha. Als Erklärung gab Russell die nachweisbare Bildung von Wasserstoffsuperoxyd an der Oberfläche der betreffenden Körper an, und bewies auch zugleich daß  $\frac{1}{1\,000\,000}$  Gewichtsteil Wasserstoffsuperoxyd noch genüge, um auf Bromsilbergelatine einzuwirken. In einer zweiten Arbeit (Proc. Roy. Soc. 1899) führt Russell seine Untersuchungen fort, und zwar speziell über organische Substanzen wie Hölzer und Harze. Er fand, daß die Einwirkung dieser Körper auf die Bromsilbergelatine durch vorherige Bestrahlung im Sonnenlicht bedeutend erhöht werden konnte, und daß es speziell kurzwellige Strahlen sind, die die stärkere Wirkung hervorrufen. Zugleich bewies er aber auch die vergrößerte Wasserstoffsuperoxyd-Bildung an der Oberfläche der untersuchten und bestrahlten Körper. Glas und Glimmer fand Russell als vollständig undurchlässig für diese Wirkung auf die photographische Schicht. Er schließt seine Untersuchungen mit der Erklärung: „From the foregoing experiments it is then concluded that hydrogen peroxide is the agent, which directly or indirectly causes the changes in the photographic plate“.

E. Forestier (Photocommuniqes) stellt fest, daß speziell zellulosehaltige Körper eine wesentliche Steigerung ihrer Einwirkung durch Bestrahlung im Sonnenlicht erfahren.

Bogojawlensky fand, daß die Kratzer seines Aluminiumkassettenschiebers sich auf der Platte abbildeten und daß auch andere Metallplatten auf 1 bis 2 mm Abstand von der Platte Verschleierung verursachten. Diese Einwirkung drang auch durch Papierschichten und Glas (? Verf.). Schriftzüge auf dem

Papier hielten die Wirkung zurück. Wirksam fand er in absteigender Stärke Magnesium, Aluminium, Zinn und Zink, ohne Einwirkung Eisen, Tellur, Kobalt, Nickel, Kadmium, Silber und Platin.

E. Graetz greift in den *Annalen der Physik* 1902 die von W. J. Russell ausgesprochene Theorie der Fortpflanzung der Wasserstoffsuperoxydbildung an und gibt als Gegenbeweis die Tatsache (? Verf.) an, daß die Wirkung auch durch dünne Metallschichten wie Aluminiumfolie und unechtes Blattgold hindurchgeht. Um zu zeigen, daß nicht Wasserstoffsuperoxyddämpfe die Wirkung hervorbringen, ließ Graetz zwischen Wasserstoffsuperoxyd und Platte einen kräftigen Luftstrom durchsaugen und erhielt doch Einwirkung. Er führt die Reaktion auf eine direkte Ätherstrahlung oder auf Emanation irgendwelcher Teilchen unbekannter Beschaffenheit zurück, und nimmt an, daß die Wasserstoffsuperoxydstrahlen mit Becquerelstrahlen mindestens nahe verwandt sind.

Octave Donny Hénault veröffentlicht (*Travaux de l'institut Solvay* 1903) eine Arbeit: „*Sur la radioactivité du peroxyde d'hydrogène*“. Verfasser bestätigt Russells Ansicht, daß Wasserstoffsuperoxyd die Ursache der Einwirkungen auf die photographische Platte sei, und weist nach, daß indifferente Körper durch Bestrahlung mit Wasserstoffsuperoxyd aktiviert werden können. Zum Schluß widerlegt Donny Hénault die Ansicht von Russell, daß Wasserstoffsuperoxyd die Eigenschaft hätte, auf Kosten der Bestandteile der Atmosphäre Wasserstoffsuperoxyd zu bilden und die Graetzsche Behauptung der Zusammengehörigkeit von Wasserstoffsuperoxyd und Becquerelstrahlen zur selben Familie.

Edmond van Aubel<sup>1)</sup> stellt fest, daß Harze, Kollophonium, Abietinsäure, Kopalharz, Mastix und alkoholische Phenollösung photographisch auf die Platte reagieren.

A. Reiss<sup>2)</sup> fand, daß Schwefelwasserstoff, Chlor, Eisessig, Kohlensäure, Chloroform, Terpentinöl, Benzoylchlorid im Abstände von 4,5 cm schleiernd auf Bromsilbergelatine einwirken.

1) Edmond van Aubel, *Compt. rend.* 1904.

2) A. Reiss, *Revue Suisse de Photographie* 15. p. 6.

W. Merckens und A. Kufferath<sup>1)</sup> bewiesen, daß die Einwirkung der van Aubelschen Substanzen chemischer Natur ist, und stellen fest, daß die Einwirkung auch nicht durch dünnsten Glas hindurchgeht. Von Kupferstreifen konnten mit Harzen nur sehr verschwommene Abbildungen erhalten werden, während z. B. Leuchtfarbe klare und scharfe Bilder lieferte.

Blass und Czermak<sup>2)</sup> veröffentlichen eine große Reihe von Versuchen, die zum großen Teil aber schon von Russell, Bogojawlensky etc. veröffentlicht waren. Verfasser führen einen neuen Ausdruck für diese auf die Bromsilbergelatine einwirkenden Körper ein, den der „Photechie“ (lichtzurückhaltende Körper). Interessant an der Arbeit ist die Übereinstimmung mit der Russellschen insofern, als Blass und Czermak auch finden, daß kurzweilige Lichtstrahlen die Wirkung ihrer organischen Körper verstärken (Zink hat spontan die Eigenschaft der Photechie), und daß Wärme die Wirkung vernichtet. Verfasser finden ferner die auffallende Tatsache, daß die Einwirkung bei Films und von Platten abgelöster Emulsionsschicht nicht eintritt. Von Metallen fanden sie nur Zink wirksam. Metallplättchen, auch sehr dünne, wie Glas, Quarz, Glimmer ließen die Wirkung nicht durch. Verfasser beweisen schließlich noch die Reflexion der Wirkung von einer blanken Glaslinse, und durch Jodkalistärkepapier die Anwesenheit von Ozon, geben aber zu, daß bei Anwesenheit von Feuchtigkeit auch Wasserstoffsuperoxyd vorhanden sein kann. Zum Schluß ziehen Blass und Czermak, das Resultat, daß die Eigenschaft der Einwirkung auf Bromsilbergelatine an Ozonokklusion gebunden ist und daß die photechischen Körper eine diffuse Strahlung aussenden, die dem Gebiete des blauen Endes des Spektrums angehört und an spiegelnden Flächen reflektiert wird.

Stöckert bestätigt<sup>3)</sup> die Arbeiten von Graetz und beweist, daß, wenn die chemische Reaktion auf Wasserstoffsuperoxyd versagt, auch keine Einwirkung mehr auf Bromsilbergelatine eintritt. Verfasser beweist ferner, daß Ozon ähnliche

1) W. Merckens u. A. Kufferath, Zeitschr. für angew. Chemie. 31. 1904.

2) E. Blass u. P. Czermak, Physik. Zeitschr. 1904. p. 13; „Die Woche“, Nr. 44. 1904.

3) G. W. Stöckert, Naturw. Rundschau 19. 1904.

Erscheinungen auf der Platte hervorbringt wie Wasserstoff-superoxyd. In Heft 44 der Zeitschrift für angew. Chemie versucht Dr. Stöckert die in Nr. 31 von Merckens und Kufferath bewiesene chemische Einwirkung zu widerlegen und führt als hauptsächliches Argument den Graetzschen Versuch mit der Aluminiumfolie und unechtem Blattgold an.

Dieser Beweis ist aber durch die Untersuchungen von Russell, Bogojawlensky, sowie meine neueren Arbeiten hinfällig, da nachgewiesen ist, daß Aluminiumfolie und unechtes Blattgold schon selbst eine Einwirkung auf Bromsilbergelatine ausüben. Wiederholt man den Graetzschen Versuch und nimmt statt Aluminiumfolie, die, wie auch bereits von H. Krone nachgewiesene, unwirksame Zinnfolie — Krone fand, daß Platten, die 12 Jahre lang in Stanniol eingewickelt waren, keinen Schleier hatten —, so ist nicht eine Spur von Einwirkung auf die Platte zu konstatieren. Beachtet man ferner den fundamentalen Unterschied in den Abbildungen von Gegenständen, hervorgerufen durch Wasserstoffsuperoxydwirkung und durch Leuchtfarbe oder Röntgenstrahlen so muß man unbedingt auch den zweiten Einwand Stöckerts, daß die von mir und Kufferath erhaltenen Kupferstreifenbilder deshalb verschwommene Umrisse zeigen, weil das Harz im Pulverzustande rauhe Oberfläche besaß zurückweisen (Figg. 1 u. 2). Die von uns benutzte Leuchtfarbe hat doch eben solche rauhe Oberfläche. An und für sich hat übrigens der Gedanke, daß es Strahlen geben soll, die wohl durch Metallschichten, nicht aber durch dünnste Glas- und Glimmerschichten gehen, sehr wenig Bestechendes an sich. Es sollen ja zwar die Blonlot-schen  $n$ -Strahlen, von Glas absorbiert werden, aber durch Metalle hindurchgehen, jedoch ist der tatsächliche Beweis der Existenz der  $n$ -Strahlen noch von keinem deutschen Forscher erbracht worden und weist O. Sommer<sup>1)</sup> mit Recht auf die Möglichkeit der subjektiven Täuschung hin. — Immerhin wäre ja aber bei der Wasserstoffsuperoxydeinwirkung die Möglichkeit vorhanden, daß Glas, Glimmer etc. diese von Graetz und Stöckert behaupteten Strahlen absorbieren würden; dies ist aber ausgeschlossen, da wie weiter unten bewiesen eine che-

1) O. Sommer, Phys. Zeitschr. 1904.

mische Einwirkung vorliegt und von Strahlen keine Rede sein kann.

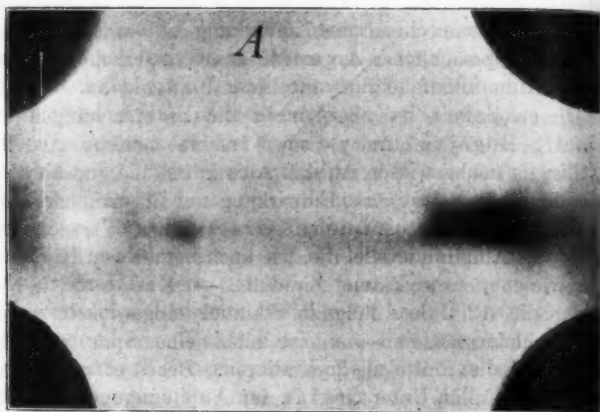


Fig. 1. Leuchtfarbenbild. Exposition von A und B gleich lang.

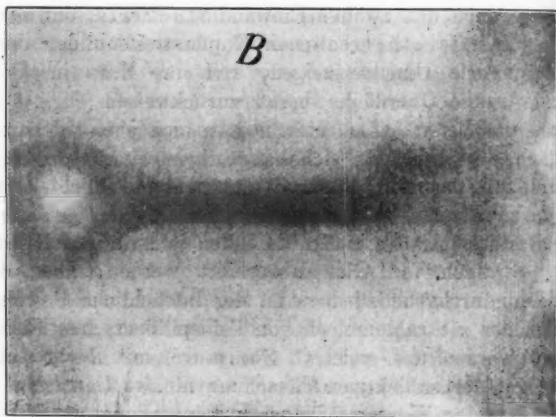


Fig. 2. Wasserstoffsuperoxydbild.

Das von Bogojawlensky behauptete Durchdringungsvermögen der Einwirkung seiner Metalle durch Glas hindurch widerspricht direkt dem von Russell, Blass und Czermak



und mir gefundenen Verhalten. Durch Glas, selbst durch das allerdünnste, geht auch nicht eine Spur von Wirkung. Dagegen geht, wie auch eben genannte Forscher bewiesen haben, die Reaktion durch Gelatine, Zelluloid, tierische Membran, Kollodium etc. glatt durch. Russell schreibt diese Fähigkeit ebenfalls der lokalen Bildung von Wasserstoffsuperoxyd zu, doch fehlen hierfür die erforderlichen Beweise. Wenn man jedoch bedenkt wie minimale Mengen Wasserstoffsuperoxyd genügen, um eine Einwirkung auf Bromsilbergelatine zu bewirken, so ist es immerhin begreiflich, daß infolge der Porosität der Körper Spuren von Wasserstoffsuperoxyd durchdringen und nicht erst in den Schichten gebildet zu werden brauchen. Zudem ist von Donny Hénault die Aktivierung organischer Substanzen durch Bestrahlung mit Wasserstoffsuperoxyd nachgewiesen; in welcher Weise dieselbe erfolgt, ist allerdings noch nicht bewiesen, jedoch wahrscheinlich durch Aufnahme von Wasserstoffsuperoxyddämpfen in den betreffenden obersten Schichtteilen.

Die absolute Undurchlässigkeit durch Glas sowie durch dünnste, an sich unwirksame Metallfolie, sowie die Tatsache des Ausbleibens jeder Einwirkung bei vorherigem Erhitzen des betreffenden Körpers bestärkte die Annahme, daß die Einwirkung auf Bromsilbergelatine auf der Gegenwart von Materie, also einer chemischen Reaktion beruhe, und dürfte diese Annahme durch nachstehende Untersuchungen bewiesen sein.

Eine leere Plattenschachtel wurde vollständig mit hochglänzender chemisch reiner Zinnfolie ausgekleidet, und auf der Mitte des Bodens ein mit derselben Zinnfolie umwickeltes Uhrglas mit Wasserstoffsuperoxyd aufgestellt. Auf vier gleich große, ebenfalls durch Zinnfolie verdeckte Korke wurde die photographische Platte, die auf der Rückseite und den Rändern ebenfalls mit Zinnfolie bekleidet war, mit der Schicht nach oben gelegt. Zu gleicher Zeit wurde genau in derselben Versuchsanordnung die Haënsche Leuchtfarbe ausgesetzt, die Schachteln lichtdicht verschlossen und nach vier Stunden entwickelt. Während die Leuchtfarbe deutliche Rückstrahlung von den blanken Stanniolwänden, d. h. vollständige Einwirkung über die ganze Schicht und Abbildung eines aufgelegten Schlüssels zeigte (Fig. 3), erschien das Wasserstoffsuperoxyd-

bild als eine Schwärzung an den dem am Boden befindlichen Wasserstoffsuperoxyd nächstgelegenen Plattenteilen (Fig. 4).

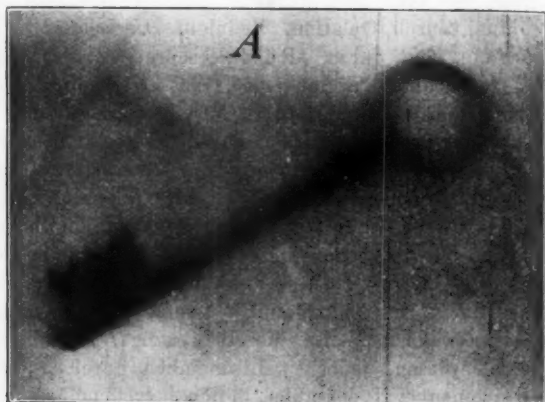


Fig. 3. A und B gleich lange exponiert.

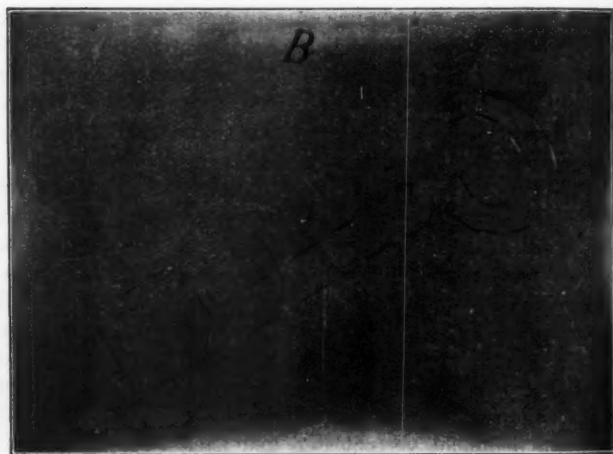


Fig. 4. Die punktierte Linie zeigt an, wo der Schlüssel lag.

Strahlung oder Reflexe waren nicht nachzuweisen; von dem aufgelegten Schlüssel war auch nicht eine Spur zu sehen;

die mittleren Teile der Schicht blieben glasklar. Die Einwirkung machte genau den Eindruck, als ob Wasserstoffsuperoxyddämpfe an den dem flüssigen Wasserstoffsuperoxyd nächst befindlichen Stellen in die Schicht einsinken würden. Die Reaktion ist beinahe ausschließlich an die Plattenränder gebunden, und geht auch bei bedeutend längerer Einwirkung nicht über die ganze Platte, sondern wirkt auf die näheren Stellen desto stärker ein. Sonderbar ist dabei die auch von Blass und Czermak erwiesene Tatsache, daß die Einwirkung auffallend rasch durch die ganze Schicht geht. Benützt man zum Hervorrufen des latenten Bildes einen Rapidentwickler, so ist momentan das Bild auch auf der Rückseite der Platte zu sehen. Ich habe meine Versuche mit einem langsam und klar arbeitenden Entwicklungspräparat ausgeführt und ich fand, daß bei nicht zu langer Wasserstoffsuperoxydeinwirkung das Bild zuerst auf der Glasseite erschien, genau so, wie wenn man in der Kamera eine Platte durch das Glas belichtet. Besonders gut kann man das Erscheinen auf der Rückseite der Platte beobachten, wenn man vorher überschüssiges Wasserstoffsuperoxyd mit verdünnter Salzsäure so gut wie möglich auswäscht.

Es liegt also hier ein wesentlicher Unterschied zwischen Lichtwirkung und Wasserstoffsuperoxydwirkung vor. Während bei Lichtbildern die Entwicklung normal von dem oberen Teile der Schicht nach der Tiefe derselben erfolgt, zeigt die Wasserstoffsuperoxydplatte direkt entgegengesetztes Verhalten. Dieser Umstand deutet aber darauf hin, daß die die Einwirkung hervorrufende Substanz an der Glasseite zurückgehalten wird und findet seine Erklärung in dem bereits von Blass und Czermak bewiesenen Umstande, daß bei abgelöster Schicht eine Einwirkung überhaupt nicht stattfindet. Die unbelichtete Emulsionsschicht spielt demnach dieselbe Rolle wie ein Gelatineplättchen oder eine Zelluloidfolie. Nach den Versuchen Donny Hénaults ist natürlich auch die Eigenschaft der Durchlässigkeit der frischen Emulsionsschicht an die Dauer der Einwirkung von Wasserstoffsuperoxyd geknüpft, denn sobald die Gelatineschicht „aktiviert“ ist, d. h. wenn die Gelatine mit Wasserstoffsuperoxyd gesättigt ist, wird natürlich in der Schicht auch eine Veränderung der Bromsilbergelatine stattfinden. —

Ein auf Glas oder Zinnfolie aufgeklebter Film reagiert wie die Platte. Entfernt man aber die undurchlässige Schicht auf der Rückseite, so gehen leichte Einwirkungen, die bei der Hinterkleidung deutlich und klar erscheinen, verloren. [Nach Blass und Czermak soll für die Wirkung auch das reduzierte Silber durchlässig sein. Dies ist aber nicht der Fall. Stellt man sich eine absolut schwarze Fläche auf einer Emulsionsschicht her (am besten mit Diapositivplatte und physikalischer Entwicklung), so ist, falls die Schicht auch unter dem Mikroskop völlig lichtundurchlässig, wobei gewissermaßen eine dünne Silberfolie vorhanden ist, auch keine Durchdringung der Wasserstoffsuperoxydwirkung mehr zu konstatieren.] Diese Versuche, sowie die Tatsache des Ausbleibens jeder Einwirkung bei vollkommen wasserfreier Emulsionsschicht, hergestellt durch Trocknen bei  $120-125^{\circ}$ , stellen doch unzweifelhaft fest, daß die Einwirkung an Materie, also an das Vorhandensein von Wasserstoffsuperoxyddämpfen gebunden ist. Ätherschwingungen, falls dieselben auch nicht durch Glas durchgehen würden, müßten doch wieder glatt durch die für sie durchlässige Schicht reflektiert werden. Daß eine Absorption im Glase nicht stattfindet, ist durch den Versuch von Blass und Czermak und in derselben Weise durch „Rückstrahlung“ von einer blanken Glaslinse auch von mir nachgewiesen worden. [Wasserstoffsuperoxyddämpfe scheinen allerdings ziemlich energisch an Glas, Glimmer, Zinnfolie und anderen Körpern zu haften und erst nach der Sättigung der Flächen wieder reflektiert zu werden.] Als Erklärung der Einwirkung von Wasserstoffsuperoxyd auf die Bromsilbergelatine nimmt Lüppo-Cramer an, daß Wasserstoffsuperoxyd die wahrscheinlich bestehende Verbindung von Gelatine mit Bromsilber löst und das Bromsilber in eine leichter reduzierbare Form überführt, wie sie dasselbe im ausgefallten Zustande besitzt. Dem steht jedoch der Umstand gegenüber, daß die Einwirkung von Wasserstoffsuperoxyd auf die Bromsilbergelatine durch Baden der Platte in Wasserstoffsuperoxyd wieder aufgehoben werden kann (Fig. 5). Die Eigenschaft des Wasserstoffsuperoxyds, oxydierend und reduzierend wirken zu können, kann ja einigermaßen den Verlauf dieser Reaktionen erklären. Es müßte demnach Wasserstoffsuperoxyd die gelöste Verbindung von Bromsilber mit Gelatine auch

wiederherstellen. Ob aber bei der einfachen Trennung und Wiedervereinigung von Molekülanlagerungen von Oxydation und Reduktion gesprochen werden kann, ist mindestens sehr fraglich. Immerhin ist die Tatsache bemerkenswert, daß die Einwirkung von Wasserstoffsuperoxyd durch Baden der Platte in Wasserstoffsuperoxyd wieder aufgehoben werden kann. Die einfachste Erklärung für die Reaktion von Wasserstoffsuperoxyd auf Bromsilbergelatine ist die, daß durch naszierenden Sauerstoff eine Oxydation des Bromsilbers zu einem leichter reduzierbaren Silbersalz entsteht, und daß beim Baden mit Wasserstoffsuperoxyd wieder eine Reduktion zum ursprünglichen Brom-

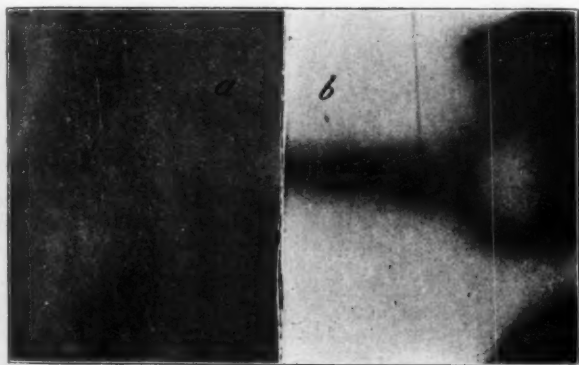


Fig. 5. Die über  $H_2O_2$  exponierte Platte ist auseinander geschnitten und a in 10proz. Wasserstoffsuperoxydlösung gebadet.

silber eintritt. Daß tatsächlich dem naszierenden Sauerstoff die Reaktion auf Bromsilbergelatine zuzuschreiben ist, dürften die Versuche bestätigen, die mit verschiedenartigen Emulsionen angestellt wurden. Mit gewöhnlicher Bromsilbergelatine wurde durchweg eine Einwirkung erzielt, wenn die Emulsion auch nur sehr schwach alkalisch war. Bei saurer Gelatine-Bromsilber- und bei saurer Kollodium-Bromsilberemulsion (sowie beim nassen Kollodiumverfahren) wurden in keinem Falle durch Wasserstoffsuperoxyd Einwirkungen erhalten; sämtliche Platten entwickelten sich glasklar ohne die geringste Spur von Schleier. Die Wasserstoffsuperoxyddämpfe müssen dem-

nach in der Bromsilbergelatineschicht selbst zerlegt werden, und zwar durch das in den betreffenden Schichten vorhandene Alkali. — [Die Annahme der Zersetzung durch die alkalischen Entwickler wird widerlegt durch die Tatsache, daß die Wasserstoffsuperoxydreaktion sich auch in alkalifreien Entwicklungssubstanzen hervorrufen läßt.] Wie bereits oben erwähnt, spielt bei der Wasserstoffsuperoxydreaktion der Wassergehalt der Schicht eine wesentliche Rolle. Die bis zur Gewichtskonstanz getrockneten Platten sind gegen Wasserstoffsuperoxyd unempfindlich; dagegen werden Lichteinwirkungen noch hervorgerufen, allerdings unter leichter Verschleierung der Platten. —

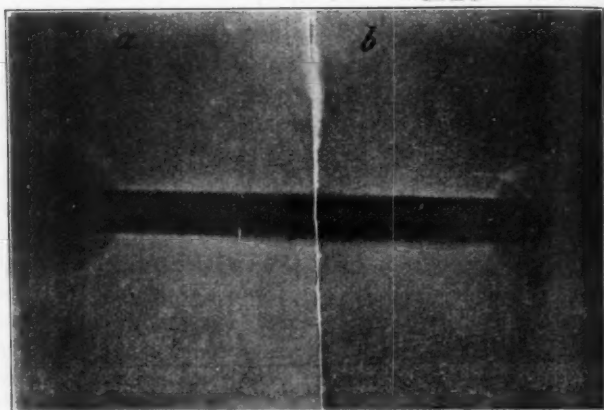


Fig. 6. *a* ist während 3 Stunden mit Abschwächer behandelt.

Wesentlich anderes Verhalten als das latente Lichtbild gegen chemische Agentien zeigt das latente Wasserstoffsuperoxydbild. Beim Behandeln mit schwacher alkoholischer Salzsäure wurde ein latentes Lichtbild nur leicht angegriffen, während das Wasserstoffsuperoxydbild stark zurückging. Umgekehrt verhielten sich die fixierten Negative. Mit einem energischen Abschwächer behandelt konnte das Lichtbild beinahe vollständig zerstört werden, während in derselben Zeit das Wasserstoffsuperoxydbild kaum angegriffen wurde (Fig. 6). Dies mag aber wohl zusammenhängen mit dem Um-

stande, daß infolge des sauren Charakters des Abschwächers die Poren der Gelatine geschlossen wurden und die Flüssigkeit nicht an das in der Tiefe der Schicht liegende Bild dringen ließen. — Behandelt man die eine Hälfte eines latenten Wasserstoffsuperoxydbildes mit Kalilauge, die andere mit Schwefelsäure und wäscht gründlich aus, so zeigt sich, daß durch Kalilauge — durch verstärktes Auftreten von naszierendem Sauerstoff — eine ganz bedeutend kräftigere Wirkung zu erzielen ist (Fig. 7). Diese Reaktion von Kalilauge auf das in der Schicht befindliche Wasserstoffsuperoxyd ist jedoch nicht zu verwechseln mit der Reaktion von alkalischem Wasserstoff-

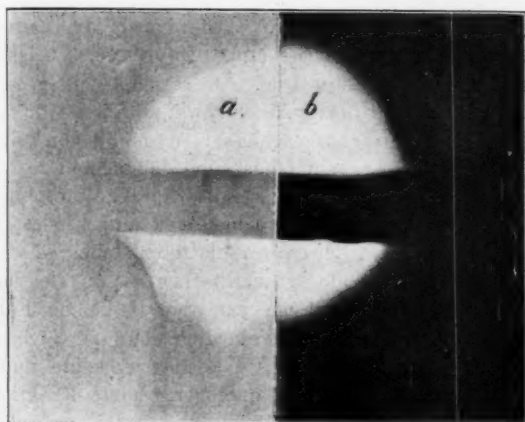


Fig. 7. *a* ist mit Schwefelsäure, *b* mit Kalilauge behandelt.

superoxyd. Während letzteres, wie bereits von Lüppler-Cramer nachgewiesen, die Eigenschaft hat, ein latentes Bild hervorzurufen, ist beim Behandeln des latenten Wasserstoffsuperoxydbildes mit Kalilauge keine Spur einer Bildwirkung zu sehen, erst beim nachherigen Entwickeln tritt das Bild sichtbar hervor.

Auch diese Reaktion erhärtet die bereits oben ausgesprochene Wahrscheinlichkeit der Entstehung des latenten Wasserstoffsuperoxydbildes durch naszierenden Sauerstoff.

Diese Versuche sind alle direkt mit Wasserstoffsuperoxyd

ausgeführt, um eine kräftigere Wirkung zu erzielen als die „photechischen“ Körper selbst geben. Daß die Einwirkung tatsächlich bei diesen Körpern durch Wasserstoffsuperoxyd entsteht, dürfte nach den Arbeiten von Russell, Graetz, Donny Hénault bewiesen sein, und erübrigt es noch den Beweis zu erbringen, daß bei Abwesenheit von Wasserstoffsuperoxyd bei den „photechischen“ Körpern eine Reaktion nicht eintritt. Eine Magnesiumplatte mit rauher Oberfläche gibt ein intensives Abbild auf die Platte. Wäscht man die Magnesiumplatte jedoch vorher mit starker Kalilauge, danach mit destilliertem Wasser und trocknet im Vakuum, so gibt die Platte, wenn sie im Vakuum auch in Kontakt gebracht wird, keine Einwirkung mehr. Ebenso tritt die Einwirkung nicht auf, wenn die Magnesiumplatte vor dem Auflegen auf die Schicht stark erhitzt wurde.

Eine Einwirkung durch Ätherschwingungen ist nach allem oben angeführten also ausgeschlossen, es müßte sonst das Bild in seinem Maximum in der Oberfläche der Schicht liegen und bei Einwirkung in mit hochglänzender Zinnfolie ausgekleideten Schachteln müßte eine Reflexerscheinung, zum mindesten aber eine leichte Schwärzung der ganzen Platte entstehen. Es müßten sich ferner scharfe Abbilder metallischer — an sich unwirksamer — Körper bilden lassen, was aber in keinem Falle gelungen ist. Die erhaltenen Bilder zeigen, wenn die Gegenstände nicht direkt scharf auf der Platte aufliegen, keine Spur von Unterstrahlung, sondern direkt entgegengesetzte Reaktion, gewissermaßen seitliche Abstoßung der von unten aufsteigenden Wasserstoffsuperoxyddämpfe. Die Reaktion auf die photographische Schicht ist also zweifellos von Materie hervorgerufen und demnach chemischer Natur.

Was nun die Reaktion der eingangs erwähnten von Blass und Czermak photechisch genannten Körper auf die photographische Platte anbelangt, so ist besonders interessant die Herstellung eines Duplikatnegatives mit Hilfe eines dunklen Papierses durch Bestrahlung desselben durch ein Negativ hindurch und Kontaktwirkung des bestrahlten Papierses auf eine unbelichtete Platte. Als ganz besonders fähig zur Herstellung solcher Duplikatnegative erwies sich frisches Zelloidinpapier. Das Negativ wurde auf 120° erwärmt (nicht erforderlich, wenn es längere



Zeit im Dunkeln aufbewahrt wird), abgekühlt und hierauf bei Bogenlicht kopiert, und zwar ebenso stark als wie zum Tonen. Hierauf wurde das Papier Schicht an Schicht mit einer unbelichteten Platte in der Dunkelkammer in Kontakt gebracht und nach 24 Stunden entwickelt. Es ergab sich ein kopierfähiges Negativ (Fig. 8), auf dem sich aber, wie vorauszusehen war, das Papierkorn mit abgebildet hatte. Vorausichtlich läßt sich auf diese Art eine bequeme Methode zur Vervielfältigung von Negativen erzielen und behalte ich mir die Arbeiten hierüber vor.

Die weitere Untersuchung der auf die photographische Platte einwirkenden organischen Körper hat ergeben, daß die Russellschen Resultate durchweg als richtig bestätigt wurden. Die besten Resultate wurden mit Eichenholz erhalten. Bei Zwischenschaltung von Metallplättchen zwischen Holz und Platte ergab sich, daß Zink stärker wirkte als Blei und dieses stärker wirkte wie Messing. Bei Versuchen mit Kork war nur sehr schwache Einwirkung desselben, dagegen starke Wirkung des zwischen-



Fig. 8.

gelegten Zinks zu konstatieren. Bei der darauf folgenden genauen Untersuchung der Metalle, sämtlich in größtmöglicher Reinheit und mit blankpolierter Oberfläche, in ihrer Einwirkung auf die Bromsilbergelatine ergab sich, daß die Stärke der Einwirkung abhängig ist von dem elektropositiven Verhalten der Metalle: Je elektropositiver das Metall, desto stärker die Einwirkung. Die Reihenfolge in absteigender Stärke ist Magnesium, Aluminium, Zink, Kadmium, Nickel, Kobalt und Blei. [Das darauf folgende Zinn ist schon so

schwach in seiner Wirkung, daß es nach achttägiger Einwirkung nur auf der unfixierten Platte ganz minimal schwach zu sehen war, und auch eine längere Einwirkung kein Verstärken der Wirkung mehr hervorrief. Man kann demnach, wie auch oben erwähnt, von Krone in der Praxis bewiesen, Platten in chemisch reine Zinnfolie einlegen, ohne Verschleierung befürchten zu müssen.] Aus dieser experimentell erhaltenen Reihenfolge der untersuchten Metalle, die mit der Voltaschen Spannungsreihe übereinstimmt, geht demnach hervor, daß die Fähigkeit, Wasserstoffsuperoxyd an der Luft zu bilden, mit der Stellung des betreffenden Elementes in der Spannungsreihe zusammenfällt. Rauhe Oberfläche und feuchte Luft bewirken natürlich stärkere Einwirkung als polierte Oberfläche und trockene Luft. [Interessant bei den Versuchen mit polierten Metallflächen ist die Möglichkeit der Herstellung guter Abbildung von Teilen der menschlichen Haut. Wäscht man eine Metallfläche, am besten Magnesium, mit Alkohol und Äther, drückt die blanke Fläche z. B. auf einen Finger, läßt eine kurze Zeit in Kontakt und legt die Metallplatte auf die Schicht einer lichtempfindlichen Platte, so erhält man schon nach zweistündiger Einwirkung ein scharfes Abbild des betreffenden Hautteiles.] Die Versuche über Durchdringung durch farbige Gelatinefolien, es wurden die Gelatinefolien und Lichtfilter der Vereinigten Fabriken in Hanau verwandt, sowie der Nachweis der Verstärkung der Wirkung organischer Substanzen durch kurzwellige Strahlen führten zu keinem genauen Resultat, jedoch sollen die Versuche im Laufe des Sommers bei günstigem Sonnenlicht wiederholt werden. Es konnte nur festgestellt werden, daß für gewöhnliche Trockenplatten beim Bestrahlen, z. B. von Strohpapier, durch die Folien und nachheriger Einwirkung des Papiers auf die Platte durch die blaue und gelbe Folie die größte Erhöhung der Einwirkung erfolgt war, die jedoch selbstverständlich hinter den unbedeckten Teilen des Papiers zurückblieb. Immerhin ist durch obiges Resultat nicht bewiesen, daß die Ansicht von Russell und Blass und Czermak betreffs Hervorrufung der Verstärkung durch kurzwellige Strahlen irrtümlich sei; die Gelbfolie erwies sich im Spektralapparat als nur äußerst schwach auf den blauen Teil des Spektrums einwirkend. Was die von Blass und Czermak ausgesprochene

Annahme der Ozonokklusion bei ihren photochemischen Körpern anbelangt, ist es in den wenigsten Fällen gelungen, Ozon nachzuweisen. Tatsache ist, wie auch bereits v. Stöckert nachgewiesen, daß Ozon ähnlich wie Wasserstoffsuperoxyd wirkt, wahrscheinlich durch naszierenden Sauerstoff aus zerfallendem Ozon. Auch geben Blass und Czermak die Möglichkeit der Anwesenheit von Wasserstoffsuperoxyd selbst zu.

Weitere Versuche, die angestellt wurden um festzustellen, ob der elektrische Strom auf Bromsilbergelatine einwirkt, ergaben ebenfalls kein zuverlässiges Resultat; dasselbe war meistens von der Gegenwart von Wasserstoffsuperoxyddämpfen abhängig. Immerhin konnte festgestellt werden, daß, wenn zwei gleiche elektropositive Metallplatten als Pole des Stromes auf die Bromsilbergelatine gelegt wurden, der positive Pol stärkere Einwirkung zeigte als der negative. Auch diese Versuche werden fortgesetzt.

Magnetische Einwirkungen verliefen vollständig resultatlos.

Beuel a. Rhein, den 2. Februar 1905.

(Eingegangen 4. Februar 1905.)

**5. Messung der Wellenlängen  
roter Linien in einigen Bogenspektren;  
von Heinrich Hermann.**

(Auszug aus der Tübinger Inaugural-Dissertation von 1904)

Die Aufgabe der Wellenlängenmessung im Rot steht aus technischen Gründen immer noch hinter der Messung im übrigen Spektrum zurück. In größerem Umfange wurde sie in letzter Zeit von Hrn. H. Lehmann aufgenommen.<sup>1)</sup> In seinen Arbeiten findet sich auch die vorhergehende Literatur. Ein besonderes Interesse hat die Bestimmung roter *Serienlinien*: früher paßten hier die Serienformeln nicht, und gerade an ihnen hat sich der Vorzug der neuen Ritzschen Formeln gezeigt.<sup>2)</sup>

Die vorliegende Arbeit macht den Versuch, die photographische Wellenlängenbestimmung im Rot und Ultrarot mit einem *Konkavgitter* vorzunehmen, um den Methoden und der Genauigkeit der Wellenlängenmessungen im übrigen Spektrum einen Schritt näher zu kommen. Untersucht wurden zum Einarbeiten K und Ba; als eigentliche Aufgabe Zn, Cd, Hg und Mg.

**Spektralapparat.**

Ich arbeitete mit einem Rowlandschen Konkavgitter mittlerer Größe: Krümmungsradius 3 m, gefurchte Fläche ( $4 \times 8\frac{1}{2}$ ) qcm, Furchenzahl 15000 auf 1 inch =  $590\frac{1}{2}$  auf 1 mm, in Runge-Paschenscher Aufstellung<sup>3)</sup>, d. h. mit parallel einfallendem Licht, wodurch an Raum gespart und an Helligkeit gewonnen wird; auch manche Fehlerquellen fallen durch den stigmatischen Charakter der Abbildung weg. Als Kollim-

1) H. Lehmann, Archiv wiss. Phot. 2. p. 216. 1900, vorläufige Mittheilung; Ann. d. Phys. 5. p. 633. 1901, Alkalien; Ann. d. Phys. 8. p. 643. 1902, Erdalkalien; Ann. d. Phys. 9. p. 1330. 1902, Eisen.

2) W. Ritz, Ann. d. Phys. 12. p. 264—310. 1903.

3) C. Runge u. F. Paschen, Wied. Ann. 61. p. 644. 1897; auch H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie 1. p. 482. Leipzig 1900.

mator diene keine Linse, sondern ein Brashearscher Konkavspiegel von  $6\frac{1}{2}$  m Radius. Lichtquelle und Gitter standen in zwei getrennten, benachbarten Zimmern. Durch die Zwischenwand war ein kleiner Tunnel gebrochen und mit einem Brett verschlossen, welches den Spalt trug; gegenüber stand im Abstand seiner Brennweite auf einem Steinpfeiler der Konkavspiegel, welcher das Licht als Parallelbündel in den Tunnel zurückwarf; das Gitter stand dicht neben dem Spalt im Tunnel und erzeugte inmitten des verdunkelten Zimmers das gekrümmte objektive Spektrum. Das Gitter wurde so gedreht, daß ungefähr die Wellenlänge 8000 Å.-E. erster Ordnung und 4000 zweiter Ordnung in Richtung der Normale ausfiel. (Der Winkel zwischen Normale und einfallendem Licht war etwa  $26\frac{1}{2}^\circ$ .)

Der Ort des objektiven Spektrums wurde ermittelt, danach eine hölzerne Kamera gebaut und auf einem sehr schweren Gausstativ aufgestellt. Sie war 34 cm lang und reichte von 5790 bis ca. 9400 erster Ordnung. Die letzte Justierung geschah photographisch. In der Kamera wurden vier Platten im Format  $4 \times 9$  cm, später acht Platten  $4 \times 4\frac{1}{2}$  cm durch ein Gummiband festgehalten.

Diese, von Hrn. Prof. Paschen angeordnete Aufstellung bewährte sich bei mehrstündigen Expositionen.

Die Theorie der Aufstellung mit einfallenden Parallelstrahlen findet sich bei Baily<sup>1)</sup>, der sie aus seiner allgemeinen Formel (für beliebige Lage der Lichtquelle) ableitet, übrigens noch vom Zylindergitter ausgeht, und bei Färber<sup>2)</sup>, der auch den Astigmatismus nach Runge berechnet, welcher in der Normale = 0 ist. Der in Betracht kommende Teil der Kurve ist eine ovale Schleife (Zeichnung bei Baily). Der längste Ovaldurchmesser liegt in der Gitternormale; er hat die Länge  $\varrho/1 + \cos \varphi$ , wo  $\varrho$  den Krümmungsradius des Gitters bedeutet. In meinem Fall war er  $\varrho/1,896$  und die Helligkeit (ohne Spiegelabsorption) 3,6 mal so groß als bei Rowlandscher Aufstellung; durch den Spiegel gehen im Rot etwa 30 Proz. verloren<sup>3)</sup>, es bleibt also  $2\frac{1}{2}$  fache Helligkeit. (Vorausgesetzt, daß bei

1) W. Baily, Phil. Mag. (5) 22. p. 47—49. 1886; in der Abb. ist auf eine frühere dess. Verf. (5) 15. p. 183—187. 1883 Bezug genommen.

2) A. Färber, Ann. d. Phys. 9. p. 888. 1902.

3) E. Hagen u. H. Rubens, Ann. d. Phys. 8. p. 17. 1902.

Rowlandscher Aufstellung der Spalt die notwendige Länge hat<sup>1)</sup>, und daß sich die gebeugte Lichtmenge bei der geänderten Konvergenz der Strahlen nicht ändert.)

Der Nachteil der Aufstellung ist die schnelle Verschlechterung der Abbildung mit zunehmender seitlicher Entfernung von der Gitternormale. Mathematisch zeigt sich dies darin, daß die Glieder, welche die Aberration darstellen, nicht von so hoher Ordnung sind wie bei der Rowlandschen Aufstellung.<sup>2)</sup>

Man findet in erster Ordnung für die zulässige Gitterbreite:

1°	seitlich von der Normale	9,2 cm
2°	" " "	4,6 "
6°	" " "	1,6 "

Die Kamera umfaßte nach beiden Seiten ungefähr 6°; für die Linien an den Enden hätte also nach obigem ein beträchtlicher Teil des Gitters abgeblendet werden sollen. Nach Versuchen mit Blenden schien es aber besser, die seitliche Unschärfe bei voller Öffnung in den Kauf zu nehmen.

Die Spaltweite wurde in weiten Grenzen variiert, weil die längsten Wellen nur bei weitem Spalt mit nicht zu langer Expositionszeit zu erhalten waren. Der engste Spalt war 0,04 mm, der weiteste 0,5 mm breit. Eine weitere Verdoppelung gab keinen Vorteil mehr. (Die Spektrallinien sind bei meinem Apparat *verkleinerte* Spaltbilder; es ist, wenn  $R$  der Spiegelradius,

$$\frac{\text{Linienbreite}}{\text{Spaltbreite}} = \left| \frac{r' d \varphi'}{R d \varphi} \right| = \frac{r' \cos \varphi}{R \cos \varphi'} = 0,44$$

in der Normalen ( $\varphi' = 0$ ).

Das Auflösungsvermögen des beschriebenen Apparates kann man aus der Tabelle von Wadsworth<sup>3)</sup> entnehmen. (Auflösungsvermögen = Verhältnis der Wellenlänge zum daselbst auflösbaren Linienabstand.) Das „theoretische Auflösungs-

1) H. Kayser, Spektroskopie 1. p. 464. (Autor C. Runge.)

2) Hierüber vgl. Diss. p. 5—7.

3) F. L. O. Wadsworth, Astrophys. Journ. 6. p. 27—36. 1896; Phil. Mag. (5) 43. p. 342. 1897. Zitiert nach H. Kayser, Spektroskopie 1. p. 560.

vermögen“  $r$  ist in der ersten Ordnung gleich der Furchenzahl, bei mir 45000 oder rund 50000; die Winkelbreite  $\psi$  des Kollimators vom Spalt aus war 0,02. Hieraus findet man in der Tabelle zu drei Spaltweiten und drei Spektrallinienbreiten für das praktische Auflösungsvermögen die Zahlen:

		Spaltweite:		
		0,05	0,1	0,5 mm
$\lambda/\Delta\lambda$ für feine	Linien bis 0,1 A. Breite	24400	13400	2800
„ „ breitere	„ „ 0,5 A. „	16600	11400	2700
„ „ breite	„ „ 1 A. „	10100	8500	2600

Also mußten in der Gegend 8000 A. zwei Linien, um getrennt zu werden, im günstigsten Fall 0,4 A., im ungünstigsten 3 A. Abstand haben. Da der mittlere Fehler der Wellenlängenmessungen mindestens zehnmal kleiner zu sein pflegt als der auflösbare Abstand<sup>1)</sup>, kann man hier erwarten, in günstigen Fällen einige Hundertstel A., in ungünstigen Fällen einige Zehntel A.-Fehler zu haben (wobei die Unschärfe seitlich von der Gitternormale nicht in Betracht gezogen ist).

Es fragt sich noch, ob die photographische Platte dieses Auflösungsvermögen ganz wiederzugeben vermochte. Nach der ebenfalls von Wadsworth gegebenen Formel<sup>2)</sup> findet man, daß die Platte je nach der Korndicke bei 8000 A. das Auflösungsvermögen 7100 bis 35500 wiedergeben konnte. Bei grobkörnigen Momentplatten wurden also die feineren Spalte möglicherweise nicht ganz ausgenutzt.

#### Lichtquelle.

Ich gebrauchte wie Snow<sup>3)</sup> und Lehmann<sup>4)</sup> einen (öfter kommutierten) Gleichstrombogen zwischen Kohlen mit einem Docht aus der zu untersuchenden Substanz. Ich fand den horizontalen Bogen (Lehmann, nach Lockyer) besser als den vertikalen (Snow), weil man dabei den Bogen kürzer machen kann. Die Lampe war aus Laboratoriumsgeräten ge-

1) H. Kayser gibt für die größten Gitter den aufgelösten Abstand zu 0,04 A. (Spektroskopie 1. p. 424), den mittleren Fehler zu einigen Tausendstel A. (l. c. p. 725) an.

2) F. L. O. Wadsworth, Astrophys. Journ. 3. p. 321—347. 1896; H. Kayser, Spektroskopie 1. p. 577.

3) B. W. Snow, Wied. Ann. 47. p. 231. 1892.

4) H. Lehmann, Ann. d. Phys. 5. p. 637. 1901.

baut; sie stand auf einem Gausstativ. Die Dämpfe wurden in einen Abzug geleitet. Eine Quarzlinse auf besonderem Ständer entwarf ein Bild des Bogens auf dem Spalt. Wenn der Bogen stark rotierte<sup>1)</sup>, wurde durch Heben und Senken der Gausstativplatte das Bogenbild auf der richtigen Spaltstelle festgehalten. — An Stelle des Salzdohtes wurde bei Zn, Cd häufig, bei Mg immer das Metall selbst eingeführt, am bequemsten, indem die Kohle ganz durchbohrt und durch die Röhre Metalldraht von außen nach innen geschoben wurde. Der Strom kam aus einer Akkumulatorenbatterie von 60 Volt und hatte 20—25 Amp.

Für Hg diente eine von Hrn. Prof. Paschen verfertigte Aronslampe nach Pérot und Fabry mit ringförmigem Bogen<sup>2)</sup>, welche mit kurzen Pausen bis zu 8 Stunden lang gebrannt wurde. Sie gab die größte Intensität in etwa 30° Neigung gegen die Vertikale; diese Strahlen wurden durch einen Spiegel horizontal gemacht und auf die Quarzlinse geworfen.

Die Öffnung und Stellung der Quarzlinse war so bemessen, daß von jedem einzelnen benutzten Spaltpunkt ein das ganze Gitter erfüllender Lichtkegel ausging; dies wurde häufig nachgeprüft.

#### Strahlenfilter. Normalen zweiter Ordnung.

Die kurzen Wellen zweiter Ordnung, welche mit den gewünschten erster Ordnung koinzidierten, wurden durch Absorptionsmittel beseitigt. Abney<sup>3)</sup> teilt mit, daß die Expositionszeiten für die erste Ordnung durch Filter aus zwei roten Gläsern und  $K_2Cr_2O_7$ -Lösung bezüglich sich verhielten wie 4:2:1; andere sprechen sich weniger bestimmt aus.<sup>4)</sup> Ich versuchte rotes Glas und  $K_2Cr_2O_7$ -Lösung mit Schwefelsäure angesäuert, und fand letztere besser, bei den längsten Wellen

1) Vgl. B. W. Snow, l. c.

2) F. Paschen, Ann. d. Phys. 5. p. 725. 1901. Das benutzte Exemplar war einfacher, ohne Niveauröhr und Fenster.

3) W. de W. Abney, Phil. Trans. 171. II. p. 653. 1880.

4) H. Kayser, Spektroskopie 1. p. 636; H. Lehmann, Arch. wiss. Phot. 2. p. 218. 1900; Ann. d. Phys. 5. p. 639. 1901.



ausschließlich brauchbar.<sup>1)</sup> Die Schicht war 4 mm dick; sie stand direkt vor dem Spalt. Sie absorbierte die zweite Ordnung vollständig; wenn, wie es geschah, Linien zweiter Ordnung als Normalen verwendet werden sollten, mußte sie also zeitweilig entfernt werden. Dies geschah (außer bei den ersten Aufnahmen) bei halbstündigen Aufnahmen zweimal, bei längeren noch öfter in etwa halbstündigen Intervallen. Die Normalen mußten so alle etwaigen nicht gar zu diskontinuierlichen Verschiebungen der Kamera mitmachen.

Die Länge der Linien wurde durch Blenden auf dem Spalt begrenzt; auch an den Enden der Kamera war die Abbildung stigmatisch genug für diesen Zweck; das Bedienen einer Blende in der Kamera selbst verbot sich der möglichen Erschütterung der freistehenden Kamera wegen. Die Linien zweiter Ordnung wurden kürzer gemacht als die erster und mit einem Teil ihrer Länge in diese hinein photographiert.<sup>2)</sup>

#### Die photographischen Platten.

Ich arbeitete zuerst mit Schleussnerschen rotempfindlichen Platten, denselben, mit welchen Hr. Prof. Runge das rote Argonspektrum photographiert hat.<sup>3)</sup> Durch gleichmäßige Schicht und monatelange Haltbarkeit waren sie selbstpräparierten Platten weit überlegen. Aber ich kam mit ihnen nicht weit über die Wellenlänge 8000 hinaus. Ich griff daher doch zur Selbstpräparation, nach dem Burbankschen Verfahren.<sup>4)</sup> Einen anfänglichen Erfolg konnte ich längere Zeit nicht wieder erhalten. Im Verlauf des Experimentierens gelangte ich zu einer Abänderung, die noch etwas vorteilhafter schien. Das Wesentliche daran war die Verwendung einer Lauge von be-

1) Ebonit fand ich nicht brauchbar.

2) Ich versuchte auch durch Prismen mit vertikaler oder horizontaler Kante die Ordnungen zu trennen; aber ich fand wie Lehmann (Ann. d. Phys. 5. p. 639. 1901), daß ein Prisma nicht genügt; mit zweien aber glaubte ich zuviel Licht zu verlieren.

3) C. Runge, Astrophys. Journ. 9. p. 281.

4) J. B. C. Burbank, Phil. Mag. (5) 26. p. 391—303 1888; abgedruckt in H. Kayser, Spektroskopie 1. p. 612; in Metermaß übertragen bei H. Lehmann, Ann. d. Phys. 5. p. 685. 1901.

stimmt ausprobiertter Konzentration und eine starke Verlängerung ihrer Einwirkung. Das Rezept lautet:

Eine undurchsichtige (mit Tuch umwickelte) Glasflasche von etwa 300 ccm Inhalt wurde beschickt mit

Chloralhydrat . . . . .	15 g
Cyanin (puriss. gross. crist. Merck) . . . . .	0,5 g
Destilliertem Wasser . . . . .	70 ccm

und in einem Wassermantel ( $\frac{1}{2}$  Liter kaltes Wasser) mit kleiner Bunsenflamme im dunklen Zimmer 30 – 40 Minuten erhitzt; dann in vollständiger Dunkelheit mit dem Finger<sup>1)</sup> verschlossen, stark geschüttelt und wieder in das (nicht mehr geheizte) Wasserbad gesetzt. Nach einigen Minuten wurde

Kalilauge, 24 Proz. . . . . ca. 200 ccm

hineingegossen. Es begann ein leises Sieden, welches stundenlang andauerte. Nach etwa 3 Stunden wurde die Flasche sehr langsam umgekippt. Das Übergegossene wurde öfters einen Augenblick mit der roten Lampe beleuchtet, und mit Umkippen aufgehört, sobald die ersten Spuren des abgeschiedenen Farbstoffes mitgeschwemmt waren. Jetzt wurden bei schwachem Licht

Chininsulfat . . . . .	4 g
mit Methylalkohol . . . . .	ca. 100 ccm

im Wasserbad zum Kochen erhitzt, und sobald die fortwährend geschwenkte Lösung klar erschien, unter Lichtabschluß in die Cyaninflasche gegossen.

Die Vorschrift ist nicht vollkommen, namentlich läßt die Haltbarkeit dieser „Vorratslösung“ sehr zu wünschen übrig; aber für weitergehende photochemische Studien war meine Anordnung nicht geeignet.

Die Badelösung wurde nach Lehmann<sup>2)</sup> bereitet: Für eine Aufnahme

Destilliertes Wasser . . . . .	200 ccm
Vorratslösung . . . . .	1–2 „
NH <sub>3</sub> (ca. 0,94) . . . . .	2 „
AgNO <sub>3</sub> 40 Proz. . . . .	ca. 0,1 „ (mittels Glasröhrchens).

1) Eine verkorkte (schwachwandige) Flasche zerplatzte beim Schütteln.

2) H. Lehmann, Ann. d. Phys. 5. p. 636. 1901.

Die Mischung wurde heftig geschüttelt und sogleich über die Platten (Schleussnermoment) gegossen. Die Platten wurden etwa 5 Minuten in der Lösung geschaukelt, dann auf der Glasseite trocken gerieben und über Schwefelsäure in 2—4 Stunden getrocknet, dann sofort exponiert.

Es scheint, daß bei dem bezeichneten Prozeß ein anderer Körper entsteht als die von Hrn. Meyer<sup>1)</sup> beschriebene blaue Cyaninbasis. Eine Probe der Vorratslösung war graublau, aber in Wasser gegossen gab sie eine grüne Lösung, und auch die gebrauchte Badelösung war gelbgrün, während sie bei früheren Versuchen immer blau gewesen war.

Die Platten wurden anfangs mit Metol, später mit Glycin ziemlich langsam hervorgerufen.

#### Meßmethode.

Ich gebrauchte als Normalen die kurzen Wellen zweiter Ordnung des untersuchten Elementes, bez. der Kohle und ihrer Verunreinigungen: Fe, Ca, Al u. a.; bei den ersten Aufnahmen und bei Hg einen besonderen Eisenbogen. — Ich habe mein Gitter nicht auf Koinzidenzfehler untersucht. Nach dem, was man bis jetzt von solchen weiß<sup>2)</sup>, scheinen sie neben meinen sonstigen Fehlern nicht in Betracht zu kommen; aber von vornherein sicher ist das freilich keineswegs.

Ferner können systematische kleine Fehler an den Enden der Kamera durch die Gitteraberration verursacht sein. Die Gitteraberration gab den Linien eine einseitige lichtschwächere Verbreiterung nach dem Kameraende zu, die nichts schaden würde, wenn sie bei allen Linien gleich wäre. Aber das ist nicht der Fall; nach p. 7 (Diss.) ist sie von der Ordnung abhängig; ferner ist sie bald wegen knapper Exposition gar nicht zu sehen, bald so kräftig, daß man nicht sicher sagen kann, wo sie beginnt; und es ist also wohl denkbar, daß, im Durchschnitt genommen, bei den roten Linien eine andere Stelle als Maximum betrachtet wurde, als bei den zugehörigen Normalen.

Der Einfluß der genannten Fehlerquellen läßt sich durch

1) G. Meyer, Physik. Zeitschr. 2. p. 6. 1900.

2) H. Kayser, Zeitschr. f. wissenschaftl. Phot. 2. p. 55. 1904.

Messung schon genauer bekannter Linien schätzen. Einige solche folgen unten.

Die Wellenlängen der Normalen wurden entnommen aus der Kayzerschen Eisentabelle<sup>1)</sup>, der Rowlandschen Normalentabelle<sup>2)</sup>, seltener aus der vollständigen Eisentabelle von Kayser und Runge<sup>3)</sup>, die dann von Bells *D*-Linienwert auf den Rowlandschen umgerechnet wurde; statt dessen nahm ich später, wenn die eigentlichen Normalen nicht reichten, Rowlandsche Sonnenlinienwerte<sup>4)</sup>; einigemal auch sonstige Linien aus den Spektren der Elemente von Kayser und Runge.<sup>5)</sup> Die Differenzen zwischen diesen Normalensystemen kommen für meine Messungen nicht in Betracht.

Zum Messen gebrauchte ich einen Abbeschen Komparator von Zeiss, welcher Tausendstel Millimeter ablesen läßt.<sup>6)</sup> Die Platten wurden mit 15 facher Vergrößerung betrachtet. Ihr Maßstab war in erster Ordnung  $10^{1/2}$  Å.-E. auf 1 mm. Die Berechnung geschah durch graphische Korrektion einer linearen Näherungsformel. Die Fehlergrenze war gewöhnlich bei den Normalen 6—10 Hundertstel Å.-E., bei einigen Platten auch weniger.

#### Resultate.

##### 1. Die Lymanischen Geister.

Das benutzte Konkavgitter ist von den gewöhnlichen „Geistern“ fast frei. Dagegen zeigt es, wie Hr. Paschen fand, die Art von falschen Linien, welche Lyman beschrieben hat.<sup>7)</sup> Grüne, gelbe und rote Linien lagen an Stellen, auf

1) H. Kayser, Ann. d. Phys. 3. p. 195. 1900; auch Spektroskopie 1. p. 726.

2) H. A. Rowland, Phil. Mag. (5) 36. p. 49—75; auch Astron. and Astroph. 12. 1893; ferner in Kayzers Spektroskopie 1. p. 720 und Watts, Index of Spectra (Manchester, Heywood) Appendix G.

3) H. Kayser u. C. Runge, Abh. der k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1888. Watts App. C—F.

4) H. A. Rowland, Astrophys. Journ. 1—5.

5) H. Kayser u. C. Runge, Abh. der k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1889 ff. Watts App. C—F.

6) Bei ganz wenigen schwierig zu sehenden Linien auch Maßstab und Lupe.

7) Th. Lyman, Proc. Amer. Acad. 36. p. 241. 1901; Phys. Rev. 12. p. 1. 1901; 16. p. 257—266. 1903 (Erklärung); Physik. Zeitschr. 2. p. 541. 1901; Beibl. 27. p. 1087. 1903.

welche nach der gewöhnlichen Theorie kein Licht dieser Farbe fallen konnte. (Kürzere als grüne Wellen gingen nicht durch das Filter.) Brachte man das Auge an die Stelle einer solchen Linie, so sah man nur einzelne unregelmäßig verteilte Furchengruppen im Gitter erleuchtet. Diese Erscheinung ermöglichte es, die falschen Linien zu erkennen, soweit sie nicht zu dicht neben reellen lagen. Sie war leichter wahrzunehmen als die Linien selbst, so daß auch nicht direkt sichtbare Linien so aufgefunden und teilweise auf den Photographien wieder gefunden wurden. Zu jeder starken reellen Linie gehörte eine ganz Reihe falscher. Am vollständigsten ist die Reihe bei Zn beobachtet. Hier gehörten zu der sehr starken Linie 6362,59 folgende „Geister“:

Scheinbare Wellenlänge	Verhältnis der scheinbaren Wellenlänge zur wirklichen (6362)	Intensität (10 Max.) und Charakter
7667,28	1,20506	2 unscharf
7693,99	1,20925	3
7696,24	1,20961	2
8811,8	1,38494	4 unscharf
8971,1	1,40998	1
9339,0	1,46780	1 unscharf

Reihen falscher Linien, welche dieselben Quotienten ergeben, sind beobachtet bei Cd 6438 (fünf Linien); Hg 5769 und 5790 (die drei ersten Linien, teilweise zusammenfallend); Mg 5528 (die vier ersten und die 6. Linie); Ba 5853 und 5971 (die 4. Linie); Ba 5777 (die 1. Linie). Die Quotienten differieren von den bei Zn gegebenen Zahlen nicht mehr als um 0,0001.

## 2. Kohle.

Exposition:  $2\frac{1}{2}$  Stunden bei 0,2 mm Spalt.

Die Kohlen allein ergaben vom Anfang der Kamera (5800) bis über 8000 eine große Zahl von Linien schwacher bis mittlerer Intensität, die offenbar einem Bandenspektrum angehören; indes fand ich keine Kante. Verschiedene Verunreinigungen waren auch in erster Ordnung vorhanden, am stärksten die  $K_\alpha$ -Linien, ferner Li (6708), Ca (die Linien bei 6000, auch die stärkste ultrarote 8542), Ba (z. B. 6494). Die

Lymanschen Geister der kürzeren Wellenlängen flossen zu einem kontinuierlichen gelblichen Band zusammen, in welchem auch photographisch von ungefähr 8200 an fast keine einzelnen Linien mehr zu sehen waren. Im Zn- und Cd-Spektrum ließen sich die Kohlelinien scheinbar weiter verfolgen, in letzterem bis ans Ende der Kamera, 9400; aber ich vermute, daß dies lauter Geister waren. Die Strecke 7700 bis 8200 habe ich aus unten ersichtlichem Grunde rasch durchgemessen; der Geister wegen hat jedoch die Messung keinen allgemeinen Wert.

### 3. Einige schon von Kayser und Runge gemessene Linien.

Im Zn-Spektrum: 2 Stunden Exposition bei 0,2 mm Spalt.

Normalen nur 1 mal aufgebracht.

Wellenlänge	Int. (10 Max.)	Kayser u. Runge	Differenz K. u. R.-Hermann
6439,32	4	6439,36 Ca	+0,04
6462,66	4	6462,75 Ca	+0,09
6471,62	2	6471,85 Ca	+0,23
6493,98	5	6493,97 Ca	-0,01
6496,97	7	6497,07 Ba	+0,10
		Rowland (arc standard)	
6708,01	4	6708,070 Li	+0,06

Im Hg-Spektrum: 1½ Stunde Exposition bei 0,05 mm Spalt.

Die Normalen sind 3 mal aufgebracht, 1 mal kommutiert.

5790,41 extrapoliert	8	5790,49	+0,08
5804,18	1	5804,28 unscharf nach Rot	+0,10

Im Ba-Spektrum: 20 Min. Exposition bei 0,04 mm Spalt.

Ein Stück des Spaltes blieb ganz frei, so daß die Koinzidenz auch zeitlich vollkommen war; dies Stück wurde in der Photographie gemessen.

Wellenlänge	Int. (10 Max.)	Kayser u. Runge	Differenz
5890,28	5	5890,19	-0,09
5896,27	6	5896,16	-0,11
5908,03	7	5907,88	-0,15
5971,96	9	5971,94	-0,02
5997,36	8	5997,31	-0,05
6019,74	7	6019,69	-0,05
6063,55	9	6063,33	-0,22

} D-Linien

Die Differenzen machen einen systematischen Eindruck, aber sie sind, wie ersichtlich, nicht vom Gitter, sondern von der einzelnen Aufnahme abhängig.

4. Einige zufällig als Verunreinigungen erhaltene ultrarote Linien.

Na (erschien bei zwei Zn-Aufnahmen mit).

Wellenlänge	Intensität (10 Max.)	Größte Ab- weichung der Einzelmessung vom Mittel	Frühere Messungen	
			Lewis <sup>1)</sup>	Lehmann <sup>3)</sup> (von Bells auf Rowlands <i>D</i> red.)
8183,74	2	0,12	8183,73	8184,44
8188,17	0	0,16	— <sup>2)</sup>	nicht gesehen
8195,33	3	0,07	8194,24	8194,87

Die Schwingungsdifferenz der äußeren Linien ergibt sich gleich 17,3 Einh. der fünften Stelle. Die der *D*-Linien, welcher sie gleich sein soll<sup>4)</sup>, ist gleich 17,2. Die schwächere mittlere Linie, von welcher auch Lewis spricht, ist wohl eine weitere Verunreinigung.

Ca (erschien bei Zn- und Cd-Aufnahmen mit).

Zahl der gemessenen Aufnahmen	Wellenlänge	Intensität	Größte Abw. d. Einzelmess. vom Mittel	Lewis	Frühere Messungen	
					Lehmann <sup>5)</sup> umgerechnet	Abney $\odot$ <sup>6)</sup> umgerechnet
2	8498,32	00	0,20	—	8499,28	8498,2 ( <i>X</i> <sub>1</sub> )
3	8542,48	1	0,21	8541,9	8543,17	8543,0 ( <i>X</i> <sub>2</sub> )
3	8662,42	0	0,25	8662,0	8662,19	8662,6 ( <i>X</i> <sub>3</sub> )

1) E. P. Lewis, *Astrophys. Journ.* **2**. p. 20. 1895.

2) l. c. p. 19: „In three ... curves there are indications of a faible line between the pair due to some impurity“.

3) H. Lehmann, *Ann. d. Phys.* **5**. p. 649. 1901. Durch Normalenvergleichung würde die Korrektion etwas kleiner.

4) H. Kayser, *Spektroskopie* **2**. p. 523. Leipzig 1902.

5) H. Lehmann, *Ann. d. Phys.* **8**. p. 644. 1902.

6) W. de W. Abney, *Phil. Trans.* **177**. II. p. 457. 1886.

Abney hat ebenfalls meist durch Koinzidenz mit höheren Ordnungen gemessen. Daher ist die Umrechnung so ausgeführt, daß die für halbe Wellenlänge von Watts<sup>1)</sup> gegebene Korrektion Rowland-Ångström verdoppelt wurde. Da Abney die Ångströmwerte ausgeglichen hat, ist die Umrechnung unsicher.

### 5. Die untersuchten Spektren.

#### Kalium, $\alpha$ -Linien.

Ich habe  $K_\alpha$  nochmals untersucht, weil hier Hr. Lehmann auffallend stark von früheren Messungen abweicht. Ich habe sowohl die breit umgekehrten Linien gemessen, die bei großer Dampfdichte erhalten werden, als die schmalen, die als Verunreinigungen auf allen Aufnahmen auftraten.

Zahl der gemessenen Aufnahmen	Wellenlänge	Größte Abweichung	Bemerkungen
2	7665,19	(Breit) 0,18	Unschärf, 7 Å. breit; Umkehrung $\frac{1}{2}$ Å. breit, auch unschärf.
2	7699,48	0,09	Unschärf, $4\frac{1}{2}$ Å. breit; Umkehrung $\frac{1}{2}$ Å. breit, auch unschärf.

Zahl der gemessenen Aufnahmen	Wellenlänge	Intensität (10 Max.)	Größte Abweichung	Mittlerer Fehler des Resultates	Frühere Messungen	
					Kayser u. Runge	Lehmann, umgerechnet
		(Schmal)				
5	7665,29	8	0,15	0,09	7665,6	7668,64
6	7699,32	6	0,22	0,18	7699,3	7702,03

Die Schwingungsdifferenz ergibt sich aus der Messung der schmalen Linien zu 57,7. Sie soll den Schwingungsdifferenzen der Paare der Nebenserien gleich sein. Bei den von Kayser und Runge am genauesten gemessenen Paaren  $n=5=5$  beider Serien ist die Differenz bezüglich gleich 57,6 und gleich 58,2.<sup>2)</sup>

1) W. M. Watts, Index of Spectra Appendix B, p. 1.

2) H. Kayser, Spektroskopie 2. p. 525.



**Magnesium.**

Magnesium war ich aus Zeitmangel genötigt ziemlich flüchtig zu behandeln; ich habe nur zwei Aufnahmen. Mein Spektrum weicht auffallend von dem vorläufigen Lehmanns<sup>1)</sup> ab; nur die letzten ultraroten Linien stimmen überein. Ich kann auf Grund meines knappen Materiales nicht wagen, schwache von Lehmann nicht geführte Linien dem Mg zuzuschreiben; nur die Abwesenheit einiger Lehmannscher Linien vermag ich auszusagen. — Daß die starke Linie 880 sich im Sonnenspektrum findet, hat schon Hr. Lehmann bemerkt.

Zahl der gemessenen Aufnahmen	Wellenlänge	Intensität (10 Max.)	Größte Abweichung	Lehmann	Abney ☉ umgerechnet	Intensität etwa
2	8806,96	8	0,04	880	8807,5 ( $X_4$ )	(6)
1	8929,35	2	—	892	8928,9	(1)
1	9224,44	00	—	911	9224,9	(1)

Die Linie 880 ist vielleicht Grundlinie der isolierten Mg-Serie nach Rydberg<sup>2)</sup> (extrapolierter Wert 8533).

An Stelle der Lehmannschen Linie 850 (Int. 2, bei mir gleich 9) habe ich eine schwache 8471,13; an derselben Stelle sehe ich aber okular einen Geist. In ihrer Nähe liegt eine ebenso aussehende 8339,24; okular nicht gesehen. Die Lehmannsche Linie 853 (Int. 2, bei mir gleich 9) finde ich nicht. Vielleicht sind 850 und 853 bei Lehmann Ca-Linien. Die Lehmannsche Linie 795 (Int. 1 v, bei mir gleich 10, umgekehrt?) ist jedenfalls nicht in dieser Intensität vorhanden. In die Nähe fallen:

7957,29 (1), wohl Kohle 7956,9  
7988,39 (1), „ „ 7987,7

Von der Lehmannschen Linie 778, Int. 5, bei mir gleich 5, finde ich nichts.

1) H. Lehmann, Archiv wiss. Phot. 2. p. 220. 1900.

2) J. R. Rydberg, Wied. Ann. 50. p. 625. 1893.

## Baryum.

Das Ba-Spektrum diente als Lichtquelle für die photochemischen Versuche. Daher habe ich zahlreiche Aufnahmen mit weitem Spalt (0,5 mm) und kurzer Exposition ( $\frac{1}{2}$  Stunde). Ferner einige längere mit engeren Spalten, auf diesen Aufnahmen sind aber die längsten Wellen nicht erschienen. Die Substanz war immer das Chlorid.

Die Geister waren hier meist schon am Aussehen auf der Platte erkennbar.

Zahl der gemessenen Aufnahmen	Wellenlänge	Int. und Charakter (10 Max.; $u$ = unscharf)	Größte Abweichung	Mittlere Fehler	Lehmann, <sup>1)</sup> umgerechnet	Wellenlänge Intensität von 1 bis 4
2	6761,90	1	0,05	—	—	—
2	6772,07	4	0,02	—	—	—
3	6865,93	8	0,14	—	6866,73	(2)
3	6868,04	4	0,08	—	—	—
2	6874,35	2	0,05	—	6873,99	(3)
1	6962,77	0 $u$	—	—	6961,72	(3)
2	6987,27	3	0,31	—	6985,06	(3)
1	6989,82	1	—	—	6988,96	(4)
4	7060,26	10 umgekehrt	0,12	0,09	7061,37	(1)
1	7069,64	1	—	—	7068,81	(3)
2	7090,51	9	0,08	—	7088,85	(2)
4	7120,73	8	0,19	0,13	7120,94	(1)
2	7154,91	5	0,26	—	7156,60	(3)
3	7195,71	9	0,15	—	7194,61	(2)
2	7208,50	2	0,10	—	7205,93	(3)
2	7213,83	2	0,01	—	7211,05	(3)
3	7229,40	10	0,15	—	7227,37	(1)
3	7280,58	10	0,07	—	7280,34	(1)
2	7359,67	3	0,06	—	7357,23	(4)
2	7376,10	4	0,03	—	7373,15	(3)
3	7392,83	7	0,06	—	7377,23	(3)
2	7417,80	6	0,03	—	7390,71	(1)
1	7460,27	6	—	—	7416,61	(2)
					7457,33	(2)
					7461,86	(3)
2	7488,38	6	0,11	—	7485,41	(2)
					7490,02	(3)
2	7610,74	2	0,03	—	7611,46	(3)

1) H. Lehmann, Ann. d. Phys. 8. p. 648. (1902).

Zahl der gemessenen Aufnahmen	Wellenlänge	Int. und Charakter (10 Max.; " = unscharf)	Größte Abweichung	Mittlere Fehler	Lehmann, ungerechnet	Fallende Intensität von 1 bis 4
2	7637,47	1 u	0,08	—	7633,25	(2)
2	7643,42	3	0,01	—	7644,67	(1)
4	7672,42	5	0,10	0,06	7672,91	(1)
1	7706,82	0	—	—	7706,69	(3)
1	7709,96	1 u	—	—	7710,16	(2)
2	7751,92	2	0,03	—	7754,34	(3)
6	7780,70	5	0,14	0,09	7782,48	(1)
4	7839,57	4	0,18	—	7842,26	(3)
1	7878,13	0	—	—	7878,98	(3)
6	7906,13	7 breit	0,17	0,09	7906,38	(1)
5	7911,53	4	0,26	0,16	7912,74	(3)
2	7939,21	0	0,02	—	7941,34	(3)
1	7961,23	0	—	—	7961,80	(3)
3	8120,84	0	0,33	—	8122,70	(4)
4	8148,32	0	0,42	—	8152,31	(3)
8	8210,73	6	0,24	0,12	8213,03	(1)
3	8550,20	1	0,30	—	8564,03	(1)
3	8654,33	1	0,31	—	8659,49	(4)
1	8799,86	0	—	—	8806,33	(4)
4	8861,40	1	0,23	0,16	8868,61	(4)
4	8915,19	2	0,37	0,19	8921,16	(3)

Lehmann hat ca. 40 Linien mehr als ich, offenbar wegen größerer Lichtstärke.

#### Zink.

Mit Zn habe ich mich eingehend beschäftigt, weil hier die im Rot vorausgesagten Linien (vgl. unten) am leichtesten zu finden sein mußten. Ich untersuchte zwei Verbindungen und zwei Metallsorten. Aber ich fand außer der roten Linie 6362<sup>1)</sup> (Int. 10) keine reelle Linie, die zu Zn gehörte. Die Kohlelinien wurden bis K<sub>a</sub> durch direkten Vergleich zweier zusammengelegter Platten unter dem Mikroskop, von da an

1) A. Pérot u. C. Fabry messen im Vakuumbogen, also nach Violett verschoben, bei 15°: 6362,345 (interferometrisch). Auf das Hartmannsche System (d. h. eine Ausgleichung des Rowlandschen, vgl. J. Hartmann, Zeitschr. wissensch. Phot. 1. p. 234. 1903) bezogen: 6362,561. Erstere Zahl nach H. Kayser, Spektroskopie 1. p. 713 zitiert.

mit Hilfe der erwähnten Kohlemessung eliminiert. Ich fand unter den bei Zn gemessenen Linien keine (von den schon aufgezählten Geistern und Verunreinigungen abgesehen), welche in der Kohlemessung sicher gefehlt hätte.

Die Herkunft dreier sehr auffallender Linien, die reell zu sein schienen,

6929,03	Int. 6	Schwingungsdifferenz	21,3
6939,28	" 4		
6943,86	" 2		

vermochte ich nicht zu ermitteln. Auf einer Aufnahme sind sie nicht zu sehen, also sind sie nicht Zn. Die mittlere ist nicht K 6938, weil die andere Linie des Paares (6911) dann auch in entsprechender Intensität zu erwarten wäre.

#### Kadmium.

Das Ergebnis war wie bei Zn: außer den roten Linien 6325 (Int. 6) und 6438 (Int. 10)<sup>1)</sup> finde ich in dem untersuchten Gebiet keine sichere Cd-Linie. Über die scheinbaren Kohlelinien bis 9400 (vgl. p. 694) vermag ich nichts Sicheres zu sagen, weil ich Kohle allein nicht so weit photographieren konnte.

#### Quecksilber, Aronslampe.

Zahl der gemessenen Aufnahmen	Wellenlänge	Int. u. Char. (10 Max.; $u$ = unscharf)	Frühere Messungen <sup>2)</sup>		
			Arons	Eder und Valenta	Kayser u. Runge
1	5804,18	6 <sup>Großte Abw.</sup>	5808 (6)	5804,3 (10)	5804,28 $u$ Rot (3)
2	5821,83	6 0,02	—	5819,1 (4)	5819,05 $u$ (1)
1	5859,59	2 $u$	5858 (2)	5854,5 (1 b)	—
1	5867,50	0	—	5864,4 (2)	—
1	5872,42	1 $u$	—	5872,1 (8)	—
1	5890,05	2 $u$	5889 (2)	5889,1 (8)	—
3	6073,01	10 0,16	6072 (10)	—	—
3	6123,78	10 0,32	6123 (10)	6152,3 (9)	—
3	6234,62	10 0,24	6234 (10)	6363,5 (2)	—
1	6716,84	1	—	—	—
1	6907,93	4	—	—	—
1	7082,72	1	etwa 7110 (Prisma, „schwächere rote Linie“)	—	—

1) Die Vakuumwerte sind 6325,1703 (M. Hamy); 6438,4722 (A. A. Michelson) bei 15°; (H. Kayser, l. c. p. 713, 714). Im Hartmannschen System 6325,3853 und 6438,6911.

2) L. Arons, Wied. Ann. 47. p. 770. 1892; J. M. Eder u. E. Valenta, Wied. Ann. 55. p. 482. 1895; H. Kayser u. C. Runge, Abhandl. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1890.

## Diskussion dieser Resultate.

Aus der Gesamtheit der Messungen und Vergleiche glaube ich schließen zu können, daß meine Resultate einen mittleren Fehler von 1—2 Zehntel Å. haben (die Einzelmessungen bis zu etwa vier Zehntel), in Übereinstimmung mit der oben gegebenen Beurteilung des Apparates nach Wadsworths Theorie. Aber die Abweichung zwischen Hrn. Lehmanns Resultaten und den meinigen ist öfters größer, als sich nach seinen und den obigen Genauigkeitsangaben erwarten läßt. Er gibt seinen mittleren Fehler zu 3—5, auch 6 Zehntel Å.-E. an. Da sein Gitter 4 cm breit ist<sup>1)</sup>, würde dies zu seinem Auflösungsvermögen im richtigen Verhältnis stehen. Der nächstliegende Grund für größere Abweichungen findet sich in den von Hrn. Lehmann selbst erwähnten chromatischen Eigenschaften seines Objektivs<sup>2)</sup>, der Fokusedifferenz und der Vergrößerungsdifferenz, welche letztere bei einem System von endlicher Dicke auch bei konstantem Fokus vorhanden sein kann<sup>3)</sup>; gerade auf die konstante Vergrößerung aber kommt es bei der Koinzidenzmethode an. Hr. Lehmann hat beim Ausmessen bekannter Spektren keine Verschiebung der Ordnungen gefunden; entweder gilt dies also fürs Ultrarot nicht mehr, oder haben die Abweichungen andere Gründe. Im ersteren Fall ließe sich z. B. das Anwachsen der Differenz im Ba-Spektrum von 8000 an durch eine Vergrößerungsdifferenz von 0,1 mm für die schiefsten benutzten Strahlen erklären, wobei aber chromatische Überkorrektur der Vergrößerung angenommen werden müßte (Hrn. Lehmanns Zahlen sind größer als die meinigen).

## Das Fehlen der vorausgesagten Serienlinien.

Nach den Formeln von Kayser und Runge lagen in dem untersuchten Gebiet bei Zn, Cd und Hg je die Linien Nummer 3 der ersten Nebenserie, nämlich:

Zn	7335,	7438,	7659,
Cd	8168,	8547,	9487,
Hg	5903,	6595,	9497,

1) Nach freundlicher brieflicher Mitteilung des Hrn. Lehmann.

2) H. Lehmann, Ann. d. Phys. 9. p. 247. 1902.

3) Vgl. z. B. Müller-Pouillet, Lehrb. d. Phys. 2. Abt. 1 (Autor O. Lummer) p. 456. Braunschweig 1897.

wobei die wirklichen Wellenlängen größer zu erwarten waren.<sup>1)</sup> Genauere Werte kann man jetzt mit den Ritzschen Formeln finden.<sup>2)</sup> Sie sind für die obigen Serien noch nicht aufgestellt. Ich wähle die zweite Formel<sup>3)</sup>, weil sie bei den zweiten Nebenserien derselben Elemente besser paßt als die erste Formel.

Es bedeutet im folgenden wie bei Ritz:

- $\nu$  die Wellenzahl oder Schwingungszahl auf 1 cm Lichtweg gleich dem fünfstellig geschriebenen Reziproken der Wellenlänge im Vakuum<sup>4)</sup>,
- $m$  die Ordnungsziffer, Nummer der Serienlinie,
- $N$  die universelle Serienkonstante, im Rowlandschen System gleich 109 675,0,
- $A$  die Grenze der Serie, die Wellenzahl der Linie von unendlich hoher Nummer,
- $\alpha$  und  $\beta$ -Konstanten der Serie.

Dann lautet die zweite Ritzsche Formel:

$$\nu = A - \frac{N}{\left[ m + \alpha + \frac{\beta}{100000} (A - \nu) \right]^2}.$$

Die Berechnung der ersten Nebenserien wird sehr einfach, wenn man nach der Hypothese von Rydberg<sup>5)</sup> und dem Vorgang von Ritz die Grenzen  $A$  aus den von Ritz schon bearbeiteten zweiten Nebenserien übernimmt. Es ist dann bequem, für die Größe  $A - \nu$  in einer bestimmten Serie eine Abkürzung einzuführen:

$$A - \nu = y.$$

Dann erhält man für die Konstanten  $\alpha$  und  $\beta$  aus irgend zwei zur Serie gehörigen Linien mit  $m_1$  und  $m_2$ ,  $y_1$  und  $y_2$  etc. die Gleichungen:

1) Vgl. H. Kayser, *Spektroskopie* 2. p. 515, sowie die Originalarbeit *Abhandl. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin* 1891 oder *Wied. Ann.* 43. p. 389 ff. 1891.

2) W. Ritz, *Ann. d. Phys.* 12. p. 264—310. 1903.

3) l. c. p. 294 Zeile ( $A$ ) und p. 300.

4) Bequeme Tabellen zur Reduktion aufs Vakuum: H. Kayser, *Spektroskopie* 2. p. 514; W. M. Watts, *Index of Spectra Appendix E*, p. 52.

5) J. R. Rydberg, *Rapports prés. au Congrès intern. de Phys.* 2. p. 209. Paris 1900; W. Ritz, l. c. p. 270, 291, 296.

$$\alpha = - \frac{y_1 (m_2 - \sqrt{N/y_2}) - y_2 (m_1 - \sqrt{N/y_1})}{\nu_2 - \nu_1},$$

$$\beta = - 10^5 \cdot \left( \frac{\sqrt{N/y_2} - \sqrt{N/y_1} - (m_2 - m_1)}{\nu_2 - \nu_1} \right).$$

Zuerst noch zwei Bemerkungen zu dieser Serienformel.

1. Die Formel gibt keinerlei Anhaltspunkt für die Wahl der Numerierung  $m$ . Jede Änderung der Numerierung hat bloß die entgegengesetzte Änderung von  $\alpha$  zur Folge. Man ist daher auf Analogien angewiesen, um die Numerierung festzulegen; z. B., daß bei anderen Serienformeln  $|\alpha| < \frac{1}{2}$  ist.<sup>1)</sup>

2. Für Parallelserien, Serien aus mehrfachen Linien mit konstanten Schwingungsdifferenzen hat die Konstante  $\alpha$  nicht denselben Wert. Die Gleichung einer Serie, welche der obigen (p. 702) im Abstand  $\Delta$  parallel läuft, lautet:

$$\nu = A + \Delta - \frac{N}{\left[ m - \left( \alpha + \frac{\beta \Delta}{100000} \right) + \frac{\beta}{100000} (A + \Delta - \nu) \right]^2}.$$

Unten ist je nur eine Formel aufgestellt, die Linien der Parallelserien sind einzeln mit Hilfe der Schwingungsdifferenzen berechnet.

#### Zink erste Nebenserie, kleinste Wellen.<sup>2)</sup>

Man findet für die Konstante  $\alpha$  aus den Linien Nr. 4 und 5 bei Kayser und Runge (Wellenlängen 3282 und 2756) den Wert  $-1,09025$ . Also wird man nach Bemerkung 1 (oben) alle Nummern um eine Einheit vermindern. Dann lautet die Seriengleichung:

$$\nu = 43450,2 - \frac{109675,0}{\left[ m - 0,09025 - \frac{0,03485}{100000} (43450,2 - \nu) \right]^2}.$$

Man erhält gegen die beobachteten Linien 4 bis 7 bei K. u. R. (also  $m = 3$  bis 6) die Fehler (beob.—ber.)

0,00      0,00      -0,05      -0,3 (unscharf);

K. u. R. erhalten gegen ihre Formel

0,00      +0,04      +0,03      -0,3.

1) W. Ritz, l. c. p. 307, 308.

2) Also im Rydbergschen Tripletschema das Glied in der Ecke rechts oben; Wied. Ann. 50. p. 630 ff. 1893; H. Kayser, Spektroskopie 2. p. 537.

Die extrapolierte Linie  $m = 2$  wird (in Luft)

7665,3

und die beiden anderen

7778,4

8021,4.

Die kleinste Wellenlänge könnte also durch  $K_\alpha$  verdeckt sein; die beiden größeren aber müßten zu finden sein, und zwar bei etwas kleineren Wellen, da man durch die Schwingungsdifferenzen in der ersten Nebenserie nicht die starken Linien, sondern die schwächeren „Begleiter“ größerer Wellenlänge erhält.

**Kadmium erste Nebenserie, kleinste Wellen.**

Man erhält auf dieselbe Art die Gleichung:

$$\nu = 42419,8 - \frac{109675,0}{\left[ m - 0,08172 - \frac{0,14724}{100000} (42419,8 - \nu) \right]^2},$$

worin wieder die Nummern gegen Kayser und Runge um eine Einheit vermindert sind.

Die Fehler gegen die Linien 4—7 bei K. u. R. sind nach obiger Formel (beob.—ber.)

0,00      0,00      +0,1      +0,2;

bei K. u. R. sind die Fehler der Formel

-0,01      -0,04      +0,29      -0,06.

Die extrapolierte Linie  $m = 2$  wird in Luft

9229

und die beiden anderen

9715

10963.

Nur die erste fiel in meine Kamera herein.

**Quecksilber erste Nebenserie<sup>1)</sup>, größte Wellen.**

(Linke obere Ecke im Rydbergschen Schema.)

Aus Linie 4 und 5 nach Kayser und Runge erhält man, wenn wieder die Nummern um eine Einheit vermindert werden, die Formel:

1) Bis jetzt sind nur die zwei ersten „Triplets“ der ersten Nebenserie vollständig bekannt (C. Runge u. F. Paschen, Ann. d. Phys. 5.



$$\nu = 40136,8 - \frac{109675,0}{\left[ m - 0,06923 - \frac{0,06574}{100000} (40136,8 - \nu) \right]^2}$$

Dies ist also die Gleichung einer Serie von Begleitern (Sekundärserie nach Rydberg). Dabei ist von der Rydbergschen Hypothese Gebrauch gemacht, daß diese Serien dieselbe Grenze besitzen wie die Serien der starken Linien<sup>1)</sup> und demnach wieder die Grenze aus der zweiten Nebenserie von Ritz übernommen.

Mit Hilfe der durch Exner und Haschek (vgl. Anm. unten) gestützten Wellenlänge 2806,5 kann man das Glied  $m = 5$  prüfen.<sup>2)</sup> Für das nächste Glied ist nur die unscharfe Kayser-Rungesche starke Linie da. Man erhält für  $m = 3$  bis 6 die Fehler (beob.—ber.)

0,00    0,00    -0,2    -1,0 „sehr unscharf“.

Kayser und Runge geben hier die Fehler nicht an, weil ihre Formel doch nicht ganz richtig sei.

p. 727. 1901; H. Kayser, *Spektroskopie* 2. p. 545). Es scheint jedoch, daß man das nächste Triplet (Nr. 6 nach K. u. R.) in der Messung von J. M. Eder u. E. Valenta (vgl. p. 700) findet. Kayser und Runge geben:

2803,69 (4, u R.),    2482,14 (4, u),    2378,40 (5, u R.).

Aus Eder und Valenta entnehme ich (Int. von 1—10 steigend):

2806,5 (1)	2483,9 (1)	2380,1 (1)
2804,4 (1)	2482,9 (1)	2378,4 (3)
2803,7 (3)	2482,1 (2)	

Eine dieser Linien findet sich auch in: F. Exner u. E. Haschek, *Wellenlängentabellen auf Grund der ultrav. Funkenspektren d. Elemente* 2. Teil. p. 66. Leipzig 1902: 2806,47 (2). Das Rydbergschema wird (Wellenzahlen im Vakuum):

35622	4626	40248	1755	42003
26		16		29
35648	4616	40264	1769	42032
9		12		
35657		40276		
(doppelt?)				

1) H. Kayser, *Spektroskopie* 2. p. 558.

2) Aus diesem Grund ist die Formel für die größten Wellen berechnet.

Die extrapolierte Linie wird in Luft

9912

und die beiden anderen

6793,6

6064,5.

Von diesen sämtlichen Linien habe ich experimentell keine gefunden. Bei Zn fehlen sie am sichersten; bei Cd ist die Entscheidung nicht möglich, weil ich Kohle nicht bis in die betreffende Gegend vergleichen kann; bei Hg ist die Extrapolation unsicherer, aber die Schwingungsdifferenzen der beobachteten Linien passen nicht, und dem Aussehen nach möchte ich eher

6073,01

6123,78

6234,62

Schwingungsdifferenz 136

290

für ein engeres Triplet halten, wie sie bei den Erdalkalien vorkommen.

Dies Ergebnis steht in Übereinstimmung mit dem Ergebnis von Lewis<sup>1)</sup>, welcher in den Spektren von Mg, Ca, Sr, Hg ebenfalls sämtliche Glieder Nr. 3 der ersten Nebenserien nach Kayser und Runge vermißt. Allerdings fand er auch die Mg-Linie 880 und die von Coblentz und Geer<sup>2)</sup> bemerkte Hg-Linie 970 nicht.

Bei den Alkalien sind einige der Glieder Nr. 3 der ersten Nebenserien gefunden. Aber hier ist, wie die Rechnung von Ritz für Kalium zeigt, die Ritzsche Numerierung dieselbe wie die von Kayser und Runge; die Glieder  $m = 2$  sind also hier noch gar nicht berechnet und gesucht.

Bei der Balmerschen Formel für H, dem Prototyp der ersten Nebenserien, gehört zur Nr. 2 die Schwingungszahl Null.

Bezüglich der Serien ist also das Resultat: Die Linien  $m = 2$  in der Ritzschen Formel für die ersten Nebenserien sind noch nirgends sicher nachgewiesen. In den Bogenspektren der zweiten Mendelejeffschen Kolonne werden sie,

1) E. P. Lewis, *Astrophys. Journ.* **2**. p. 108. 1895; zu vergleichen mit der betreff. Abhandlung von H. Kayser u. C. Runge (*Abhandl. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin* 1891; *Wied. Ann.* **43**. p. 385—409. 1891.

2) W. W. Coblentz u. W. C. Geer, *Physik. Zeitschr.* **4**. p. 257. 1903. Diese Linie mahnt natürlich sehr zur Vorsicht.

wie von Lewis für Mg, Ca, Sr, Hg, so von mir für Zn ausdrücklich vermißt.

Anhangsweise sei noch folgendes zugesetzt. Um die erste Linie einer etwaigen, zur ersten Nebenserie gehörigen Hauptserie zu finden, müßte man auf  $m = 1$  extrapolieren. Dies folgt aus einer Vergleichung der Wasserstoffserien. Hr. Ritz extrapoliert zu demselben Zweck bei  $\text{Ti}^1)$  nur auf  $m = 2$  (die Kayser-Rungeschen Nummern werden auch hier um eine Einheit vermindert); er erhält also nicht eine „Hauptserie“, sondern eine dieser benachbarte Serie des Rydbergschen, unendlich viele Serien enthaltenden allgemeinen Serienausdruckes.

Die Arbeit enthält:

eine Diskussion einer Gitteraufstellung nach Runge-Paschen, mit Berechnung der Aberration;  
eine modifizierte Burbanksche Vorschrift zur Sensibilisation photographischer Platten für Rot und Ultrarot;  
genauere Messungen einer Anzahl meist weniger genau schon bekannter Linien in den Bogenspektren von Na, K, Mg, Ca, Ba, Hg, zwischen den Wellenlängen 6000 und 9200 Å.-E.;  
Vergleiche mit Abneys Sonnenspektrum<sup>2)</sup>;  
Ritzsche Formeln für die ersten Nebenserien von Cd, Zn, Hg, und eine Untersuchung über die Linien  $m = 2$  dieser Formeln, sowie die entsprechenden Linien anderer Serienspektren.

Die Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Universität Tübingen ausgeführt; dessen Vorstand, Hrn. Prof. Paschen, spricht der Verfasser für die Anregung, Leitung und vielfache Unterstützung seinen wärmsten Dank aus.

Esslingen, den 25. Juli 1904.

1) W. Ritz, l. c. p. 306.

2) Den genaueren Atlas von Higgs (Photographic Atlas of the normal spectrum, 100 maps, from 2990 to 8343, 1893) konnte ich bis zum Abschluß dieser Arbeit nicht bekommen.

(Eingegangen 5. Februar 1905.)

## 6. *Über die Ursache des Voltaeffekts; von H. Greinacher.*

(Auszug aus der Berliner Dissertation.)

§ 1. Macht man das Gas zwischen zwei Platten aus verschiedenem Metall elektrisch leitend, so weisen die beiden Metalle wie die Pole eines galvanischen Elementes eine bestimmte Potentialdifferenz auf. Das Gas kann man dabei auf sehr verschiedene Weise leitend machen, so durch ultraviolettes Licht, Flammen und Röntgenstrahlen. Ein besonders bequemes Hilfsmittel liefern aber die radioaktiven Stoffe, von denen bereits Uran<sup>1)</sup>, Radium<sup>2)</sup> und in neuester Zeit auch Polonium<sup>3)</sup> verwendet worden sind. Die im folgenden mitgeteilten Versuche sind zum größten Teil mit Radiotellur ausgeführt. Benutzt wurden Präparate auf Wismut, Kupfer und Silber, die mir von Hrn. Prof. Marckwald freundlichst zur Verfügung gestellt worden sind. Das zunächst verwendete Präparat war eine kreisförmige, einseitig mit Radiotellur belegte Wismutplatte von 2,85 cm Durchmesser. Den einen Pol der Gaszelle bildete die Wismutplatte selbst, den anderen eine beliebige ihr gegenübergestellte Metallplatte von denselben Dimensionen. Die eine Platte wurde mit dem einen Quadrantenpaar eines Dolezalekschen Elektrometers verbunden, dessen anderes Quadrantenpaar geerdet war. Waren anfänglich beide Pole geerdet und wurde dann die mit dem Elektrometer verbundene Platte isoliert, so lud sich diese schon nach wenigen Sekunden auf ein konstantes Potential auf. Wurden die Pole kommutiert, so erhielt man das entgegengesetzt gleiche Potential.<sup>4)</sup>

1) Lord Kelvin, *Phil. Mag.* **46.** p. 82. 1898; J. C. Beattie u. de Smolan, *ib.* **43.** p. 432. 1897; Lord Kelvin, J. C. Beattie u. de Smolan, *ib.* **45.** p. 277. 1898.

2) J. C. McLennan u. E. F. Burton, *Physik. Zeitschr.* **4.** p. 553. 1903; Lord Blythwood u. H. S. Allen, *Phil. Mag.* **6.** p. 701. 1903.

3) Fr. Exner u. R. Hofmann, *Boltzmann-Festschrift* p. 600. 1904.

4) Nach G. C. Simpson (*Physik. Zeitschr.* **4.** p. 480. 1903) erhält man schon bei der Gegenüberstellung zweier beliebiger Metalle von genügender Oberfläche infolge des natürlichen Leitvermögens der Luft eine Aufladung, deren Endwert dann allerdings erst nach längerer Zeit erreicht wird.

Dieses Potential, welches wegen des hohen inneren Widerstandes der Zelle bei unvollständiger Isolation im allgemeinen kleiner ist als die elektromotorische Kraft der Zelle, werde als Aufladepotential bezeichnet. Die beiden Nullmethoden, welche zur Messung dieses Aufladepotentials verwendet wurden, sind aus Fig. 1 ersichtlich.

$Q$  bedeuten die Quadranten des Elektrometers;  $MM'$  die Metallplättchen.  $B$  ist eine aus zwei Akkumulatoren bestehende Batterie, deren Klemmen mit den Enden eines Rheostaten von

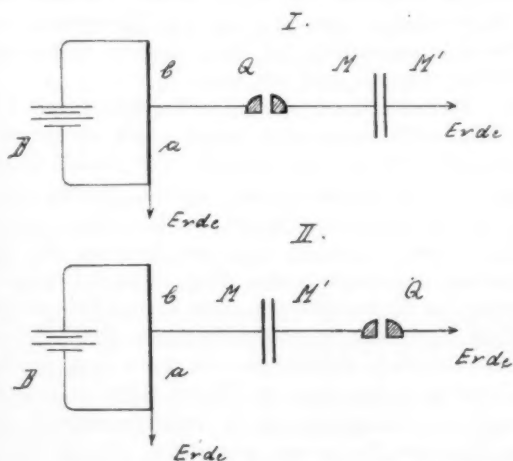


Fig. 1.

10000 Ohm verbunden sind. Sowohl bei der Methode I als bei II waren zu Beginn der Messung beide Quadranten geladet, wobei die Elektrometernadel ihre „Nullstellung“ einnahm. Nach Methode I wurde nun, nachdem die Erdverbindung der Quadranten weggenommen war, der Widerstand  $a$  bei konstantem  $b$  so lange variiert, bis die Nadel ihre Nullstellung einnahm, dann waren beide Quadranten auf demselben Potential. Bei Methode II ist die Nadel in der Nullstellung, wenn  $M'$  das Potential Null hat. In beiden Fällen ist das Aufladepotential gleich  $\frac{a}{a+b} B$ .

Die Empfindlichkeit des Elektrometers war ca. 1000 mm pro Volt bei 4,5 m Skalenabstand. Die Nadel war dabei durch 68 Akkumulatoren geladen. Es erwies sich zweckmäßig, den Quarzfaden mittels Phosphorsäure leitend zu machen, da mit Chlorcalciumlösung keine dauernde Leitfähigkeit erzielt wurde. Das Elektrometer sowie sämtliche Zuleitungen, die in Betracht kamen, waren in geerdete Blechhüllen eingeschlossen. Die Isolation bestand aus Paraffin, Hartgummi und Siegellack. Die Manipulationen zum Anlegen und Kommutieren konnten vom Platz am Fernrohr aus vorgenommen werden. Zumeist wurde Meßmethode I benutzt, da die Kompensation nach dieser Methode namentlich bei etwas großem Widerstand der Zelle rascher vor sich geht wie nach II.

§ 2. Zunächst wurde nun das Verhältnis von Aufladepotential und elektromotorischer Kraft näher untersucht. Die Isolationsfehler, welche die Identität der beiden Größen in Frage stellen, sind hauptsächlich folgende: erstens wird nicht nur das Gas zwischen den Platten, sondern auch in nächster Umgebung leitend; zweitens kann die Isolation der Elektrometerzuleitung ungenügend sein. Dem ersteren Übelstand der Zerstreuung der Elektrizität bez. dem Vermischen der elektromotorischen Kraft der gegenüberliegenden Metallflächen mit der der Schutzhüllen, Zuleitungen etc. kann einigermaßen abgeholfen werden, indem man die Hüllen nicht zu nahe heranzubringt und die Zuleitungen durch Isolationsmaterial schützt. Bei den folgenden Versuchen war daher die Rückseite der Metallplättchen durch ein Ebonitscheibchen verdeckt, das auf einer zur Befestigung der Plättchen vorhandenen koaxialen Hülse herangeschoben werden konnte. Zur Vermeidung der zweiten Fehlerquelle genügt es, den inneren Widerstand der Zelle hinreichend klein zu machen.

Trotz dieser Vorsichtsmaßregeln konnten aber die Fehlerquellen nicht gänzlich eliminiert werden, was sich dadurch zu erkennen gab, daß das nach I gemessene Aufladepotential sich abhängig vom Plattenabstand erwies. Diese Abhängigkeit wurde nun zunächst festgestellt. Sie wurde so bestimmt, daß man von größern Distanzen zu kleineren übergehend jeweils das Aufladepotential maß und dasselbe nochmals für die gleichen Distanzen, von kleineren Abständen zu größeren fort-

schreitend, bestimmte. Für die gleichen Distanzen fanden sich so nicht genau dieselben Werte, da sich hier ein Effekt, ähnlich dem von Pellat<sup>1)</sup> gefundenen, zeigt. Pellat beobachtete, daß, wenn einer Metallplatte eine andere einige Zeit gegenübergestellt wurde, erstere eine etwas veränderte elektromotorische Kraft aufwies und zwar meist etwas anodischer (oxydabler) geworden war. Der Effekt verschwindet allmählich wieder. Ein ähnliches Ergebnis für die Luftzelle sei hier kurz mitgeteilt. Eine schon monatelang an der Luft gelegene Magnesiumplatte ergab gegenüber aktivem Wismut sukzessive:

Nachdem die Distanz der Platten					
2	Std.	20 mm	gewesen war	0,919 Volt	
17	"	2	"	"	0,894 "
2	"	20	"	"	0,918 "
5½	"	2	"	"	0,904 "
17	"	2	"	"	0,880 "

Die Messungen, die alle bei 2 mm Abstand ausgeführt sind, zeigen also, daß die elektromotorische Kraft nach Verringerung der Plattendistanz abnimmt. Diese Erscheinung kann aber insofern nicht mit der Pellatschen identifiziert werden, als hier möglicherweise auch die Becquerelstrahlen eine entsprechende Veränderung der Oberflächenschicht bewirken könnten.

Bei der Bestimmung der Abhängigkeit von Aufladepotential und Abstand trat dieser Effekt nur sehr schwach auf. Es wurde daher das Mittel aus den Beobachtungen bei gleichen Distanzen gebildet. Da bei jeder Messung kommutiert wurde, so sind also die in folgender Tabelle zusammengestellten Werte die Mittelwerte aus je vier Beobachtungen.

Eine Distanzeinheit = 1,12 mm.

Distanz		10	7,5	5	3	2	1	0,5
Millivolt	Zn	743,7	768,1	801,3	836,2	857,4	870,5	866,7
	-							
	Ni	175,9	182,1	190,8	201,3	207,6	211,4	209,6
	-							
	Ag	205,5	217,1	234,0	249,1	257,0	261,5	257,8
	+							

1) H. Pellat, Compt. rend. 94. p. 1247. 1882.

Die Messungen zeigen, daß mit zunehmendem Abstand das Aufladepotential anfänglich wächst, um darauf erst rasch, dann immer langsamer zu fallen. Es zeigt sich also ein Maximum, welches bei ca. 1,2 mm liegt.

Dieses eigentümliche Verhalten des Aufladepotentials läßt sich auf die Abhängigkeit des inneren Widerstands der Zelle vom Abstand zurückführen. Ist  $p$  die elektromotorische Kraft der Zelle,  $x$  das Aufladepotential,  $w_0$  der innere Widerstand,  $w$  der Isolationswiderstand, so ist beim stationären Zustand

$$\frac{p - x}{w_0} = \frac{x}{w}.$$

Daraus folgt

$$x = p \frac{w}{w + w_0} = p \frac{1}{1 + \frac{w_0}{w}}.$$

Sowohl  $w_0$  als  $w$  sind Funktionen der Plattendistanz, letzteres, weil der Abstand auch von Einfluß auf die Elektrizitätszerstreuung durch die umgebende Luft ist. Da aber erfahrungsgemäß  $w$  groß gegen  $w_0$  ist, so werden hauptsächlich die Änderungen der letzteren Größe für die Veränderlichkeit von  $x$  in Betracht kommen. Das Aufladepotential ändert sich also immer in umgekehrtem Sinne wie  $w_0$ . Daher zeigen die oben mitgeteilten Ergebnisse ein Minimum des Zellenwiderstandes bei einer gewissen Plattendistanz an.

§ 3. Es erübrigt noch, zur vollständigen Erklärung der Abhängigkeit des Aufladepotentials vom Abstand etwas näher auf das Verhalten des Zellenwiderstandes einzugehen. Im Gegensatz zum flüssigen Elektrolyten, der von vornherein teilweise in seine Ionen gespalten ist, hat man bei der Elektrizitätsleitung in Gasen den Fall, daß die Ionen stets erst gebildet werden müssen, und überdies die Dichte der Ionen an verschiedenen Orten sehr verschieden sein kann. Für den Fall, wo in jedem Raumteil gleich viel Ionen gebildet werden (Röntgenstrahlen) haben J. J. Thomson und Rutherford<sup>1)</sup> die Gesetze aufgestellt. Es zeigt sich, daß die Stromstärke anfänglich proportional mit der zwischen den Platten herrschenden Potentialdifferenz wächst, schließlich aber immer langsamer

1) J. J. Thomson u. E. Rutherford, Phil. Mag. 42. p. 392. 1896.



zunimmt, um einem Grenzwert zuzustreben. Die Größe dieses Sättigungsstromes hängt von der Plattendistanz ab und wächst proportional mit diesem, da ja die Gesamtzahl der gebildeten Ionen dem Abstand proportional geht, und im Fall des Sättigungsstromes sämtliche Ionen durch das elektrische Feld fortgeschafft werden, noch ehe sie sich wieder vereinigen.

Im Fall der ungleichförmigen Ionisation, den man vor sich hat beim Gegenüberstellen einer aktiven und einer inaktiven Metallplatte, ist ebenfalls ein Sättigungsstrom vorhanden, indem pro Zeiteinheit auch nur eine ganz bestimmte Anzahl von Ionen gebildet wird, und somit die Stromstärke nicht über eine durch Plattenabstand und Radioaktivität bedingte Größe wachsen kann. Für kleine Distanzen wird auch hier mit der Schichtdicke die Anzahl der zur Stromleitung verwendeten Ionen und damit die Stromstärke zunehmen. Bei größeren Abständen aber wird sich ein zweiter Faktor immer mehr geltend machen, nämlich ein zunehmender Mangel an Ionen in der Nähe des inaktiven Metalles. Je weiter die Platten abstehen, um so geringer ist die an der inaktiven Platte noch vorhandene Strahlung und die damit Hand in Hand gehende Produktion von Ionen. Während also anfänglich die Stromstärke mit dem Abstand wächst, muß sie schließlich, wenn dieser unendlich wird, gleich Null werden. Daraus ergibt sich, daß sie für eine bestimmte Distanz einen Maximalwert erreicht. Dasselbe zeigt sich auch bei kleineren Potentialdifferenzen. Nur ist dann die Distanz, für welche das Maximum der Stromstärke eintritt, eine kleinere. Wird nämlich das elektrische Feld verringert, so vermindert sich die Wanderungsgeschwindigkeit der Ionen. Es werden daher schon bei kleinerem Plattenabstand die von den Platten entfernten Ionen sich wieder vereinigen, bevor sie die Platten erreichen. Die Stromstärke wächst infolgedessen (bei konstant gehaltener Potentialdifferenz) weniger lang mit dem Plattenabstand, d. h. sie erreicht ihr Maximum schon bei kleinerer Distanz.

Die Abhängigkeit der Stromstärke von Potentialdifferenz und Plattenabstand ist nun experimentell bestimmt worden, und sind die Messungen in Fig. 2 graphisch wiedergegeben. Da sich elektrometrisch nicht direkt die Stromstärke, sondern ihr reziproker Wert, d. h. der Widerstand ergibt, so sind als

Ordinaten die Widerstände aufgetragen. Die größte bei diesen Versuchen auftretende Stromstärke (Sättigungsstrom bei 20 mm Abstand) betrug nur  $5 \cdot 10^{-11}$  Ampère.

Die Widerstandsbestimmungen sind auf folgende Weise ausgeführt. Die Wismutplatte, die den einen Pol der Zelle bildete, wurde mit einer Kapazität von 0,05 Mikrofarad und dem einen Quadrantenpaar *A* des Elektrometers verbunden. Dem Wismutpräparat gegenüber stand eine Magnesiumplatte. An diese wurden sukzessive die in der Figur angegebenen (negativen) Potentiale, die durch Abzweigung hergestellt waren, angelegt. Zunächst waren zur Bestimmung der Nullstellung beide Quadrantenpaare geerdet. Sodann wurde ein passender Ausschlag am Elektrometer hervorgebracht, indem das Quadrantenpaar *B* durch Abzweigung auf  $-0,029$  Volt geladen wurde. Nun wurde die Erdverbindung von *A* gelöst, worauf die Nadel gegen ihre Nullstellung zurück und darüber hinaus wanderte. Dabei wurde die Zeit bestimmt, welche vom Aufheben der Erdverbindung bis zum Moment des Durchganges der Nadel durch die Nullstellung nötig war, d. h. die Zeit, bis *A* sich auf das Potential von *B* ( $-0,029$  Volt) aufgeladen hatte. Da etwaige Erschütterungen des Elektrometers durch eine Juliussche Aufhängung möglichst vermieden waren, konnte der Durchgang der Nadel durch die Nullstellung hinreichend genau beobachtet werden. Auch waren die Versuchsbedingungen so, daß die Nadel nicht zu rasch wanderte, wodurch sich infolge ihrer Trägheit eine zu große Zeit ergeben hätte.

Da die Stromstärke während der Zeit *t* der Aufladung als konstant angesehen werden durfte, so ergab sich der Widerstand in einfacher Weise aus den Gleichungen:

$$\text{Stromstärke} = \frac{e}{t} = \frac{p}{w_0}$$

und

$$e = C\xi,$$

wo *e* die aufgeladene Elektrizitätsmenge,  $\xi$  das dazu gehörige Potential, *C* die Kapazität, *p* die Potentialdifferenz (angelegtes Potential  $\pm$  elektromotorische Kraft der Zelle) bedeuten. Daraus folgt

$$w_0 = \frac{p}{\xi} \frac{t}{C} \text{ abs.}$$

oder

$$w_0 = 10^6 \frac{p}{\xi} \frac{t}{C} \text{ Ohm,}$$

wenn  $C$  in Mikrofarad angegeben wird. In der graphischen Darstellung sind als Abszissen die angelegten Potentialdifferenzen, als Ordinaten die Zeiten  $t$  aufgetragen.

Die Kurven zeigen nun zunächst die Erscheinung des Sättigungsstromes. Sodann ist aus ihnen zu entnehmen, daß bei konstanter Potentialdifferenz der Widerstand in seiner Ab-

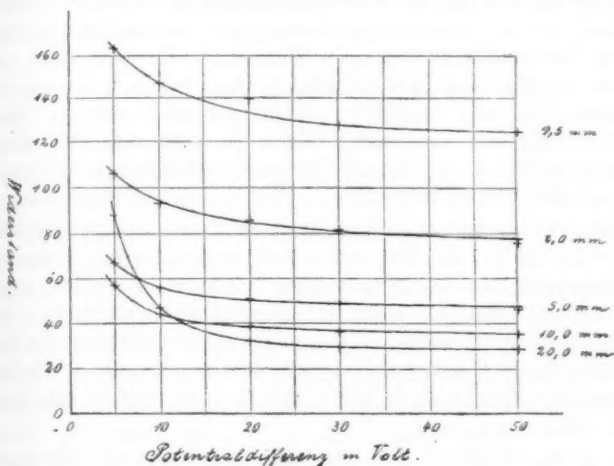


Fig. 2.

hängigkeit vom Plattenabstand ein Minimum aufweist (bez. die Stromstärke ein Maximum)<sup>1)</sup>, und zwar nimmt die Distanz, für welche das Minimum stattfindet, mit der Potentialdifferenz ab. Die Kurve für 20 mm schneidet die für 5 bei  $p = 7,5$ , d. h. für  $p = 7,5$  liegt das Minimum zwischen 5 und 20 mm, bei  $p = 11$  schneidet sie die Kurve für 10 mm, d. h. das Minimum liegt dann zwischen 10 und 20 mm. Für den Sät-

1) Dieses Strommaximum ist kürzlich bei Verwendung eines starken Radiotellurpräparates auf Kupfer auch galvanometrisch nachgewiesen worden. Bei 110 Volt Potentialdifferenz wurde eine maximale Stromstärke von  $1,5 \cdot 10^{-8}$  Ampère gefunden.

tigungsstrom endlich ist das Minimum bei 20 mm noch nicht erreicht.

Zu Widerstandsbestimmungen bei kleinen Potentialen genügt häufig die elektromotorische Kraft der Zelle selbst, und brauchen dann fremde Potentiale nicht angelegt zu werden. In diesem Fall bedeutet  $p$  in obiger Formel die elektromotorische Kraft der Zelle. Für einigermaßen genaue Messungen ist darauf zu achten, daß  $\xi$  genügend klein bleibt gegen  $p$ .

Messungen dieser Art haben bei einer elektromotorischen Kraft von 0,6 Volt ein Widerstandsminimum bei 5 mm ergeben. Nach der in § 2 erörterten Abhängigkeit des Aufladepotentials vom Plattenabstand bez. dem Widerstand der Zelle hätte sich also das Maximum des Aufladepotentials bei ca. 5 mm ergeben sollen. Es war aber bei 1,2 mm gefunden worden. Diese Verschiedenheit der beiden Werte ist wohl zum Teil darauf zurückzuführen, daß obige Widerstandsbestimmungen viel später ausgeführt worden sind, als das Wismutpräparat durch mannigfachen Gebrauch schon bedeutend an Radioaktivität eingebüßt hatte. Ob in der Tat mit abnehmender Radioaktivität die Minimumdistanz des Widerstandes zunimmt, ist nicht näher untersucht worden. Doch sei hier darauf hingewiesen, daß die Werte der Tabelle in § 4, die zur Vergleichung der Methoden I u. II mitgeteilt ist, mit dem geschwächten Wismutpräparat gefunden sind, und dieselben in der Tat ein Maximum bei 3 bis 5 mm zeigen.

§ 4. Während aus den vorhergegangenen Ausführungen hervorgeht, daß das Aufladepotential beim Widerstandsminimum der elektromotorischen Kraft am nächsten kommt, so geben doch die in § 2 angeführten Messungen keinen Aufschluß über den Grad der Übereinstimmung. Hingegen läßt sich durch die Vergleichung mit den nach Meßmethode II gewonnenen Resultaten darüber etwas aussagen. Da nämlich bei dieser Methode die Elektrometerzuleitung durch Kompensation auf das Potential Null gebracht wird und somit keine Potentialdifferenz gegen die Umgebung besteht, so wird die Elektrizitätszerstreuung auf ein Minimum reduziert. Man darf daher erwarten, daß diese Methode genaue Werte für die elektromotorische Kraft liefert. Es hat sich in der Tat gezeigt, daß die Messungen nach II durchwegs größer ausfallen und bedeutend weniger

vom Abstand abhängen. Die in folgender Tabelle zum Vergleich angeführten Zahlen sind so gewonnen, daß bei 1 mm Abstand zuerst nach I, dann nach II und schließlich wieder nach I gemessen und aus den beiden nach I gewonnenen Werten das Mittel genommen wurde etc. für jede der angeführten Distanzen.

(Bi' bedeutet, daß Bi radioaktiv war.)

Distanz mm	Volt			
	Mg / Bi'		Pt / Bi'	
	II	I	II	I
1	0,878	0,868	0,098	0,096
3	0,876	0,867	0,103	0,101
5	0,868	0,852	0,104	0,102
10	0,859	0,817	0,104	0,096
20			0,095	0,088

Demgemäß liefern die Messungen nach I bei geeignetem Abstand (3 mm) bis auf 1 bis 2 Proz. dasselbe Ergebnis wie die nach II. Jene geben somit die elektromotorische Kraft bis auf wenige Prozente genau, insofern man die nach II gewonnenen Werte als die richtigen ansieht. Daß bei Anordnung I die Elektrizitätszerstreuung verhältnismäßig gering ist, rührt davon her, daß das Radiotellur nur  $\alpha$ -Strahlen aussendet und somit die Luft in der Umgebung der Zelle nur wenig ionisiert. Anders verhält sich dies bei Verwendung von Radium. Wenn der Radiotellurzelle seitlich ein Radiumpräparat genähert wurde, dann sank das Aufladepotential um 20 bis 30 Proz., indem die durchdringenden  $\beta$ -Strahlen die ganze Umgebung leitend machten. Es wurde auch direkt bestimmt, welch verhältnismäßig geringen Bruchteil der elektromotorischen Kraft man event. bei seitlicher Radiumbestrahlung mißt. Der Luftraum zwischen zwei Zinkplatten von den früheren Dimensionen wurde seitlich von 5 mg Radiumbromid bestrahlt, das sich in einer kleinen Höhlung eines Elonitscheibchens hinter Glimmer befand. Das Präparat war ca. 2,5 cm von der Achse der Plättchen entfernt, während letztere 6,4 mm voneinander abstanden. Es wurde nun das Potential bestimmt, auf welches sich die eine Platte auflud, wenn an die andere Potentiale

von 0 bis 4 Volt angelegt wurden. Es ergab sich, daß das Verhältnis des Aufladepotentiales zum angelegten Potential konstant war. Es betrug 0,48 für negative und 0,54 für positive Aufladung. Die größere Beweglichkeit der negativen Ionen bewirkt in ersterem Fall eine größere Zerstreuung, weshalb das Verhältnis kleiner ausfällt. Wenn man die elektromotorische Kraft also durch die Bestrahlung der Luft in der angegebenen Weise messen will, dann erhält man immer nur den halben Wert.<sup>1)</sup>

Die Zerstreuung der Elektrizität wurde bei folgendem Versuch fast gänzlich vermieden: Einer Kupferplatte stand eine Zinkplatte mit einer zentralen Öffnung von einigen Millimetern Durchmesser gegenüber. Hinter die Öffnung wurde das Radiumpräparat gebracht. Die Messung ergab dann:

$$\text{Zn/Cu} = - 0,840 \text{ Volt}$$

Die Messungen mittels des Wismutpräparates nach Methode I lieferten:

$$\text{Zn/Bi} = - 0,550 \text{ Volt.}$$

und

$$\text{Cu/Bi} = + 0,284 \quad ,,$$

daher

$$\text{Zn/Cu} = - 0,834 \quad ,,$$

Die Übereinstimmung ist somit eine gute.

§ 5. Bei all diesen vergleichenden Messungen wurde darauf gesehen, daß die Metalloberfläche als stets im selben Zustand befindlich angenommen werden durfte. Insbesondere durften die Metalle nicht frisch poliert sein, da nach Pellat<sup>2)</sup> sämtliche Metalle nach dem Polieren kathodischer (weniger oxydabel) werden. Dies hat zur Folge, daß die elektromotorische Kraft der Zelle sich mit der Zeit ändert. Der zeitliche Verlauf der Erscheinung ist nun etwas näher verfolgt worden, und sind die Messungsergebnisse aus Fig. 3 zu entnehmen. Sie stimmen überein mit den Resultaten, wie sie von J. Brown<sup>3)</sup> und Erskine-Murray<sup>4)</sup> nach anderer Methode

1) Lord Blythwood und H. S. Allen (l. c.) bekommen auch bei dieser Versuchsanordnung nur verhältnismäßig kleine Aufladepotentiale.

2) H. Pellat, Journ. de Phys. 10. p. 68. 1881.

3) J. Brown, Proc. Roy. Soc. 41. p. 294. 1887.

4) Erskine-Murray, Phil. Mag. 45. p. 398. 1898; Proc. Roy. Soc. 63. p. 113. 1898.

gefunden worden sind. Während sich die Messungen dieser Beobachter auf längere Zeiträume beziehen, umfassen die vorliegenden Beobachtungsreihen nur die Zeit von 10 bis 15 Minuten nach dem Polieren. Da infolgedessen die Messungen

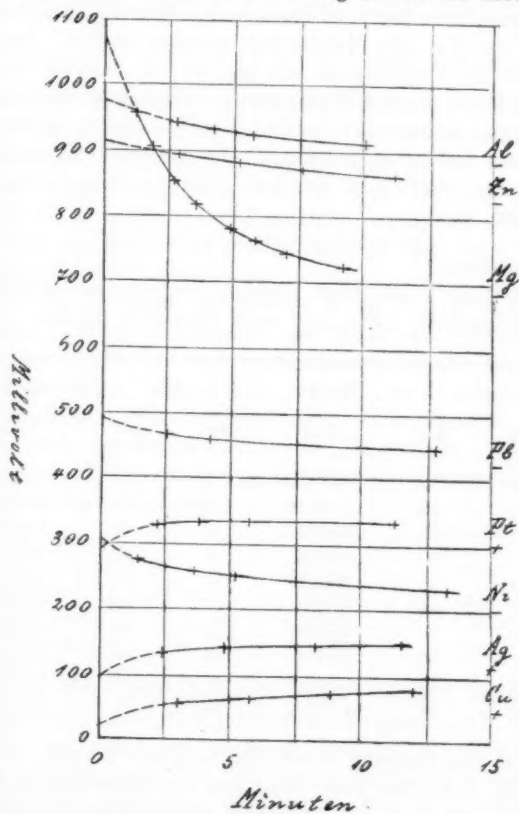


Fig. 3.

rasch aufeinander folgen mußten, konnte nur am Schluß je einer Reihe zur Kontrolle einmal kommutiert werden. Die untersuchten Metalle waren ausschließlich mit Schmirgel- und Seidenpapier behandelt, nur das Aluminium war außerdem noch mit Putzpomade gereinigt.

Fig. 3 zeigt nun, daß die elektromotorische Kraft der Zelle nach dem Polieren zu- oder abnimmt, je nachdem sich das untersuchte Metall kathodisch oder anodisch gegen Bi' verhält. Da man die Wismutplatte als stets im selben Zustand annehmen darf, so ist aus den Kurven zu entnehmen, daß in der Tat alle Metalle kathodischer werden. Besonders stark ist die Veränderung von Mg/Bi', so daß Mg innerhalb weniger Minuten seine Stellung in der Spannungsreihe wechselt. Die Extrapolationen für die Zeit 0 sind unsicher, da die Änderungen zu Anfang am stärksten. Die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft von der Zeit wird annähernd durch den Ausdruck

$$p = p_0 + p_1 e^{-kt}$$

wiedergegeben.

Zwei auf einen etwas längeren Zeitraum ausgedehnte Beobachtungsreihen sollen hier noch angeführt werden.

Zeit		Zn/Bi' Volt	Zeit		Ni/Bi' Volt
Min.	Sek.		Min.	Sek.	
2	50	0,8944	1	25	0,2756
5	10	0,8814	3	35	0,2582
7	35	0,8726	5	10	0,2512
11	05	0,8642	7	30	0,2441
16	50	0,8558	13	15	0,2335
22	50	0,8509	17	30	0,2300
33	50	0,8469	24	00	0,2257
55	00	0,8419	34	00	0,2214
64	45	0,8404	47	45	0,2186
83	00	0,8370	64	30	0,2157

Was die Deutung dieser Meßresultate betrifft, so ist zu bemerken, daß neben einer Oxydation bez. Sauerstoffpolarisation auch hier (vgl. § 2) die  $\alpha$ -Strahlen des Radiotellurs einen Teil der beobachteten Veränderungen bewirkt haben können.

§ 6. Tritt man der Frage nach der Ursache der Elektrizitätserregung in der Gaszelle näher, so scheint die nächstliegende Annahme die zu sein, daß das leitend gemachte Gas die Rolle des Elektrolyten im galvanischen Element spielt. Doch ist zu beachten, daß jedenfalls die oxydablen Metalle



mit einer dünnen Oxydschicht bedeckt sind, die nach den Beobachtungen Ihmoris<sup>1)</sup> Wasser aus der Luft aufnimmt. Danach käme man zu der Vorstellung, daß sich auf den betreffenden Metallen eine Flüssigkeitshaut (Wasserhaut)  $W$  befindet, so daß die elektromotorische Kraft der Zelle wäre

$$p = M/M' + M'/W' + W'/G + G/W + W/M,$$

wobei  $G$  das Gas,  $MM'$  die Metalle bedeuten. Insofern das Glied  $W'/G + G/W$  zu vernachlässigen ist, hätte man es hier mit denselben elektromotorischen Kräften wie in einem galvanischen Element mit den Metallen  $MM'$  und den Elektrolyten  $WW'$  zu tun, und die Bedeutung des leitend gemachten Gases läge nur darin, daß es die Potentiale der beiden Flüssigkeitsschichten  $WW'$  ausgleicht.

Für die Kleinheit des Gliedes  $W'/G + G/W$  spricht die Tatsache, daß im allgemeinen die Natur des Gases keinen nennenswerten Einfluß auf die elektromotorische Kraft hat. Einige Messungen, welche dies zeigen, seien hier angeführt. In einer Röhre, die durch Schliff zusammengesetzt wurde, standen sich die beiden Elektroden gegenüber. Es wurde sukzessive Luft, Stickstoff und Wasserstoff durchgeleitet. Die Ergebnisse waren folgende:

	Zn/Bi'	Ag/Bi'
	-	+
	Volt	Volt
Luft . . . . .	1,004	0,011
Stickstoff . . . . .	1,004	0,051
Wasserstoff . . . . .	1,012	0,022

Zu den Messungen für Ag/Bi' ist zu bemerken, daß nicht die prozentischen Veränderungen, sondern die absoluten in Betracht kommen, und somit eine maximale Differenz von 0,04 Volt als gering zu betrachten ist. Es wurde auch ein Versuch mit Flammgasen gemacht, die, wie schon Maclean und Goto<sup>2)</sup> fanden, dasselbe liefern wie Luft. Die Verbrennungsgase einer Bunsenflamme strömten aus einer verengten Glasröhre zwischen einen Kupfer-Aluminiumkondensator. Die

1) T. Ihmori, Wied. Ann. **31**. p. 1008. 1887.

2) M. Maclean u. M. Goto, Phil. Mag. **30**. p. 188. 1890.

elektromotorische Kraft ergab sich zu  $\text{Al/Cu} = -0,61$  Volt, während die nachherige Messung mit  $\text{Bi}'$  (für Luft)  $-0,66$  Volt<sup>1)</sup> lieferte. Ein verschiedenes Verhalten zeigten nur Platin und Nickel in Wasserstoff. Daß Platin anodischer wird, wurde bereits von Edm. Becquerel<sup>2)</sup> gefunden und seither öfters konstatiert. Auch für Nickel<sup>3)</sup> ist ein Effekt im gleichen Sinne bekannt. Für  $\text{Pt/Bi}'$  fand sich in Luft  $+0,14$  Volt. Das Potential veränderte sich beim Durchleiten von Wasserstoff sofort auf  $-0,39$  Volt. Die Änderung beträgt also  $0,53$  Volt. Das Nickel polarisierte sich nur langsam, so daß der Endwert erst nach 20—40 Minuten erreicht wurde.  $\text{Ni/Bi}'$  in Luft betrug  $-0,23$  und in Wasserstoff  $-0,49$  Volt. Differenz:  $0,26$  Volt. Vielleicht, daß gerade infolge des Vorhandenseins einer Wasserhaut das Nickel zu seiner Polarisation eine merkliche Zeit brauchte.

Eine weitere des öfters beobachtete Tatsache, welche dafür spricht, daß im wesentlichen die Flüssigkeitshaut auf den Metallplatten den Elektrizitätserreger spielt, ist die, daß sich die elektromotorische Kraft der Zelle im allgemeinen wenig ändert, wenn ein Wassertropfen zwischen die Platten gebracht wird, so daß er diese leitend verbindet.<sup>4)</sup> Dies geht auch aus den im folgenden mitgeteilten Messungen hervor, welche in der Weise ausgeführt sind, daß die elektromotorische Kraft bei einem Plattenabstand von 1—2 mm gemessen wurde 1. in Luft, 2. mit Wassertropfen zwischen den Platten, 3. nachdem das Wasser mit Filtrierpapier (ohne zu reiben) wieder aufgetrocknet war, 4. nochmals mit Wassertropfen, 5. nachdem wieder aufgetrocknet war. Alle Metalle hatten längere Zeit an der Luft gelegen, nur Zn und Pb waren frisch geschneuert.

1) Der kleine Wert  $0,66$  Volt ist durch die oberflächliche Oxydation des Aluminiums, das längere Zeit an der Luft gelegen hatte, zu erklären.

2) Edm. Becquerel, *Compt. rend.* 22. p. 677. 1846.

3) A. Righi, *Atti Accad. Linc.* 5. 1. p. 860. 1889.

4) J. Fleeming, *Elektrizität und Magnetismus*. 1880 bringt p. 49 einen diesbezüglichen Versuch von W. Thomson mit dem Halbring. Lord Kelvin, J. C. Beattie u. de Smolan, l. c.; Erskine-Murray, *Proc. Roy. Soc.* 59. p. 333. 1896; Lord Blythwood u. H. S. Allen, l. c.

	Volt								
	Mg —	Al —	Zn —	Pb —	Ni —	Fe —	Cu +	Ag +	Pt +
Luft	1,007	0,654	0,957	0,582	0,254	0,151	0,268	0,164	0,145
Wasser	0,988	641	887	549	334	279	048	311	385
Luft	1,071	521	874	599	294	219	109	115	150
Wasser	1,028	625	920	583	318	281	071	282	370
Luft	1,055	511	925	538	314	194	095	096	135

Zu der Tabelle ist zunächst zu bemerken, daß die erste Zeile für die Vergleichung der Werte nicht maßgebend ist, da beim längeren Liegen der Metalle an der Luft sich auf ihnen nicht reines Wasser befindet, somit infolge der Verschiedenheit der Oberflächenschicht die elektromotorische Kraft verschieden ausfällt. Zeile 1 und 2 zeigen eine durchschnittlich größere Verschiedenheit wie die übrigen Zeilen. Im allgemeinen ist zu sehen, daß die Wasser- und Luftwerte von derselben Größe sind. Ausgesprochenere Unterschiede finden sich nur bei den Metallen Ag und Pt.

§ 7. Um nun eine Entscheidung über die Wirkung der Wasserhaut herbeizuführen, wurde versucht, diese zu entfernen. Durch Evakuieren des die Platten enthaltenden Gefäßes war dies voraussichtlich nicht zu erreichen, da infolge der Hygroskopizität der auf oxydablen Metallen vorhandenen Oxydschicht das Wasser nicht ganz abdampft. Auch wird nach den Versuchen von R. Bunsen<sup>1)</sup> die Wasserhaut an Glasflächen sehr hartnäckig festgehalten und erst durch Erhitzung auf ca. 500° gänzlich vertrieben. Es wurde daher die Wasserhaut von den Platten und dem Glase durch Erhitzen zu entfernen versucht. Dabei lag aber, auch wenn der Raum möglichst sauerstofffrei gemacht war, die Gefahr vor, daß die Platten in der Hitze durch Oxydation dauernd verändert würden. Sollte der Versuch beweisend sein, so war nachzuweisen, daß die etwaige, durch die Behandlung herbeigeführte Veränderung der elektromotorischen Kraft nach Einführen feuchter Zimmerluft wieder rückgängig wird.

1) R. Bunsen, Wied. Ann. 24. p. 327. 1885.

Unzweideutige Ergebnisse wurden schließlich durch Erhitzen der Metallplatten in geschlossenem Gefäß in Gegenwart von Phosphorpentoxyd erhalten. Eine Glasröhre von der in Fig. 4 gezeichneten Form wurde zunächst mit heißem Wasser, Alkohol und Äther gereinigt, worauf die beiden Blechstreifen  $M$   $M'$  in die seitlichen Ansatzröhren eingeschmolzen wurden, so daß sie sich in ca. 2 mm Distanz gegenüberstanden. Der eine Streifen war auf der gegenüberstehenden Seite mit

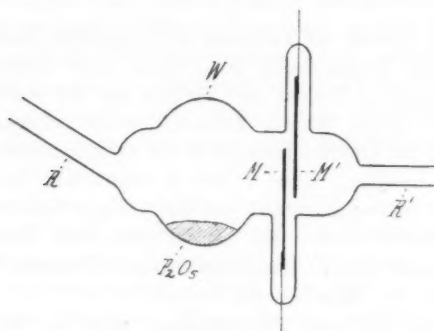


Fig. 4.

Radiotellur belegt. Die Oberfläche des anderen war mit Schmirgel- und Seidenpapier blank geschleut. Sowohl Präparate auf Kupfer als eines auf Silber kamen zur Verwendung. In die Erweiterung  $W$  wurde nach Einfüllen des gewünschten Gases durch die Röhre  $R$ , während noch stetig Gas durchströmte, Phosphorpentoxyd eingebracht. Nachdem darauf  $R$  und  $R'$  abgeschmolzen waren, wurde die Potentialdifferenz  $M/M'$  gemessen. Nun erfolgte die Verdampfung des Wassers von Metall und Glas durch längeres Erhitzen auf ca.  $180^\circ$ , wobei das Phosphorpentoxyd zur Aufnahme des Wasserdampfes bestimmt war. Nach dem Wiederabkühlen wurde die elektromotorische Kraft von neuem gemessen, auch wurde der Widerstand der Zelle öfters vor und nach dem Erhitzen nach der in § 3 beschriebenen Methode bestimmt. Nach Ausführung dieser Messungen wurden die Enden der Röhren  $R$  und  $R'$  abgebrochen, worauf Zimmerluft während einiger Minuten durch die Röhre geleitet wurde. Von den Ergebnissen, wie sie mit

den Metallen Mg, Al, Zn und Cd erhalten wurden, seien die folgenden angeführt:

## 1. Mg.

## a) Stickstoff. Mg/Cu'.

	Volt
Zu Beginn . . . . .	-1,974
$\frac{1}{2}$ Std. 170°. Nach Abkühlen . . . . .	-0,360
Nochmals $\frac{1}{2}$ Std. 175°. Nach Abkühlen . . . . .	-0,003
Nach Luftdurchleiten . . . . .	-1,221

## b) Luft. Mg/Ag'.

Zu Beginn . . . . .	-1,123
$\frac{1}{2}$ Std. 180°. Nach Abkühlen . . . . .	+0,121
17 Std. nach Abkühlen . . . . .	-0,014
25 Std. „ „ . . . . .	-0,146
Nach Luftdurchleiten . . . . .	-1,221
15 Std. nachher . . . . .	-0,946

## 2. Al.

## a) Stickstoff. Al/Cu'.

Zu Beginn . . . . .	-1,342
$\frac{1}{2}$ Std. 180°. Nach Abkühlen . . . . .	-0,107
20 Std. nach Abkühlen . . . . .	-0,047
Nach Luftdurchleiten . . . . .	-0,288
2 Std. nachher . . . . .	-0,589

## b) Wasserstoff. Al/Ag'.

Zu Beginn . . . . .	-0,797
$\frac{1}{2}$ Std. 185°. Nach Abkühlen . . . . .	-0,225
17 Std. nach Abkühlen . . . . .	-0,005
Nach Luftdurchleiten . . . . .	-0,595

## 3. Zn.

## a) Stickstoff. Zn/Cu'.

Zu Beginn . . . . .	-1,344
$\frac{1}{2}$ Std. 170°. Nach Abkühlen . . . . .	+0,009
Nach Luftdurchleiten . . . . .	-0,762

## b) Wasserstoff. Zn/Cu'.

Zu Beginn . . . . .	-1,303
$\frac{1}{2}$ Std. 185°. Nach Abkühlen . . . . .	-0,274
Nochmals $\frac{1}{2}$ Std. 185°. Nach Abkühlen . . . . .	-0,202
Nach Luftdurchleiten . . . . .	-0,870
1 Std. nachher . . . . .	-0,716

## e) Kohlendioxyd. Zn/Cu'.

	Volt
Zu Beginn . . . . .	-0,926
$\frac{1}{2}$ Std. 185°. Nach Abkühlen . . . . .	-0,125
Nochmals $\frac{1}{2}$ Std. 175°. Nach Abkühlen . . . . .	-0,069
Nach Luftdurchleiten . . . . .	-0,926
6 Std. nachher . . . . .	-0,574

## 4. Cd.

## a) Stickstoff. Cd/Cu'.

Zu Beginn . . . . .	-0,540
$\frac{1}{2}$ Std. 175°. Nach Abkühlen . . . . .	-0,066
2 Std. nach Abkühlen . . . . .	+0,049
25 Std. " " . . . . .	+0,015
Nach Luftdurchleiten . . . . .	-0,719

Zu diesen Ergebnissen ist folgendes nachzutragen. Der Widerstand vor und nach dem Erhitzen war nicht wesentlich verschieden, woraus entnommen werden durfte, daß das Auf-  
ladepotential auch nach der Behandlung merklich gleich der elektromotorischen Kraft der Zelle war. Häufig wurde dies auch durch die genügende Übereinstimmung der nach Meß-  
methode I und II gewonnenen Werte nachgewiesen. Je ver-  
schiedener nämlich diese ausfallen, um so weniger ist es die elektromotorische Kraft, die man mißt. Die Widerstands-  
bestimmungen waren insofern wichtig, als durch sie nach-  
gewiesen werden konnte, ob infolge etwaiger Oberflächenleitung des Glases ein Nebenschluß zwischen beiden Elektroden vor-  
handen sei. Zu bemerken ist, daß ein solcher nur zwischen den beiden Einschmelzstellen hätte stattfinden können, da die Elektroden sonst nirgends mit dem Glase in Berührung waren. Es ist daher aus den angeführten Messungen zu entnehmen, daß die elektromotorische Kraft von Gaszellen durch die Ent-  
fernung des Wassers bedeutend erniedrigt bez. zum Ver-  
schwinden gebracht wird, ferner, daß beim Wiedereinführen von feuchter Zimmerluft auch wieder elektromotorische Kräfte von der ursprünglichen Größe auftreten. Daher ist deren Ur-  
sache in dem Vorhandensein der Wasserhaut zu suchen, und zwar wirken die Kräfte nach § 6 wahrscheinlich an der Be-  
rührungsstelle von Metall und Flüssigkeit. Der Erfolg der angewandten Trockenmethode ist wohl zum Teil auf die An-

wesenheit von Phosphorpentoxyddampf zurückzuführen. Obwohl die Temperatur unter  $200^{\circ}$  gehalten wurde, war manchmal doch eine geringe Sublimation durch Bildung feiner Anhydridnadeln an den Metallstreifen zu beobachten. Die Radiotellurpräparate hielten sich bei dieser Behandlung ziemlich gut, am besten das auf Silber. Nach nur einmaligem Erhitzen zeigte sich öfters wieder ein kleines Ansteigen der elektromotorischen Kraft im früheren Sinn, was daraus zu erklären ist, daß sich auf der Metalloberfläche mit der Zeit wieder etwas Feuchtigkeit ansammelte. Nach nochmaligem Erhitzen blieb dies aus. Wiederholtes Erhitzen war hin und wieder auch nötig, weil nach der ersten Behandlung die elektromotorische Kraft noch nicht zum Verschwinden gebracht werden konnte. Schon beim Abbrechen der Enden von  $R$  und  $R'$  drang meist, ohne daß erst feuchte Luft durchgeleitet werden mußte, schon so viel Feuchtigkeit ein, daß die elektromotorische Kraft beinahe auf den früheren Wert anstieg. Nur beim Aluminium nahm die elektromotorische Kraft erst langsam nach dem Luftdurchleiten wieder zu. Die Feuchtigkeit scheint hier nur langsam durch die Oxydschicht der Oberfläche hindurchzudringen, so langsam, daß der Anfangswert wegen der inzwischen fortgeschrittenen Oxydation gar nicht mehr erreicht wird. Aus den Daten ist ferner zu entnehmen, daß die Wahl des Gases meist ohne Einfluß auf den Erfolg des Versuches ist. Es zeigte sich jedoch zumeist, daß in Wasserstoff die elektromotorische Kraft nicht so weit erniedrigt werden konnte, wie in anderen Gasen. Der benützte Wasserstoff war durch Überleiten über Kupferdrahtnetz im Verbrennungssofen von Sauerstoff befreit worden. Zu erwähnen ist noch, daß zu Anfang der Messung, wenn die Zelle nach der Behandlung längere Zeit gelegen hatte, sich ein von dem in der Tabelle angegebenen verschiedenes Potential zeigte, daß dies aber nach Kurzschließen der Zelle bald auf den angegebenen Wert ging.

Während nun für die oxydablen Metalle die elektromotorische Kraft so gut wie zum Verschwinden gebracht werden konnte, gaben die Versuche mit Ag und Pt keine entscheidenden Ergebnisse. Selbst nach stärkerem Erhitzen (bis  $310^{\circ}$ ) zeigte sich für Pt noch keine Verminderung der elektro-

motorischen Kraft.<sup>1)</sup> Wodurch diese Ausnahmestellung der Edelmetalle Ag und Pt bedingt ist, bedarf noch der näheren Untersuchung. Doch möge hier auf die Versuche mit dem Wassertropfen hingewiesen sein, wobei diese Metalle ebenfalls eine Ausnahme zeigen. Daß die elektromotorische Kraft auch bei Verwendung von Radiotellur auf Silber verschwindet, steht mit dem Verhalten der Edelmetalle nicht in Widerspruch, indem hier nur das Radiotellur elektromotorisch wirksam ist. Nach Oberbeck<sup>2)</sup> kommt schon bei Metallüberzügen von wenigen Milliontelmillimeter Dicke nur noch die elektromotorische Kraft des Überzugs in Betracht. So ergab sich für Ag/Ag', wobei beide Silberbleche vom gleichen Stück waren, eine Potentialdifferenz von + 0,14 Volt.

Im Anschluß an die mitgeteilten Versuche sei hier noch ein Kontrollversuch erwähnt. Es wurde eine Röhre (Fig. 4), wie beschrieben, behandelt unter Weglassung des Phosphor-pentoxys. Die Messungen ergaben dann folgendes:

	Volt Zn/Ag'	Sek. Widerstand
Zu Beginn . . . . .	0,725	23,0
$\frac{1}{2}$ Stunde 180°. Nach Abkühlen . . . . .	0,298	11,4
18 Stunden nach Abkühlen . . . . .	0,265	5,8
Nach Öffnen der Röhre: keine Veränderung. So- dann wurde während 6 Min. Trockenluft durch- geleitet bei Erwärmung auf ca. 50°.		
Nach Abkühlen . . . . .	0,492	34,5

(Der Widerstand wurde durch Aufladung von 1 Mikrof. auf - 0,029 Volt bei - 110 Volt Potentialdifferenz gemessen.)

Es ergibt sich aus der Gleichheit der Werte vor und nach dem Öffnen, sowie durch die mit dem Widerstande Hand in Hand gehende Verringerung der elektromotorischen Kraft, daß diese nur scheinbar ist und in dem durch die Flüssigkeits-haut des Glases entstehenden Nebenschluß ihre Ursache hat. Ist  $w_0$  der Widerstand der Zelle bei kleinen Potentialen und  $w$

1) Auch die Versuche von F. S. Spiers (Phil. Mag. 49. p. 70. 1900), welche die Verminderung des Voltaeffektes durch gänzliche Entfernung des Sauerstoffs bezweckten, ergaben bei Verwendung von Platin ein negatives Resultat.

2) A. Oberbeck, Wied. Ann. 31. p. 337. 1887.



der des Nebenschlusses, dann gibt das Aufladepotential nur den Bruchteil  $\frac{w}{w + w_0}$  der wirklichen elektromotorischen Kraft an. Nach Durchleiten von Trockenluft wird die Feuchtigkeitshaut entfernt und man erhält die richtige Kraft. Die Verschiedenheit des ersten und letzten der angeführten Werte rührt davon her, daß zu Anfang das Zn frisch poliert, nach der Behandlung aber oxydiert war. Es ist danach in der Tat das Verschwinden der elektromotorischen Kraft bei den früheren Versuchen der Entfernung des Wassers durch Phosphorpentoxyd zuzuschreiben.

Ein Versuch, bei dem eine Erniedrigung der elektromotorischen Kraft ohne die direkte Anwesenheit des  $P_2O_5$  erhalten wurde, sei hier noch beschrieben. Eine Zelle Zn—Ag' war in eine Röhre von der in Fig. 4 gezeichneten Form (ohne Wulst) eingeschmolzen. Die Röhre konnte mittels zweier Hähne bald mit einer Quecksilberluftpumpe, bald mit einer Trockenröhre ( $P_2O_5$ ) verbunden werden. Zunächst wurde trockene Luft eingelassen und die elektromotorische Kraft bestimmt. Sodann wurde die Röhre im Wärmekasten erhitzt und während der 30 Min., die sie sich auf 210—220° befand, evakuiert. Nach dem Erkalten wurde sehr langsam Trockenluft eingelassen, worauf sowohl elektromotorische Kraft als Widerstand bestimmt wurden, welch letzterer sich als unverändert erwies. Die Daten sind folgende:

	Volt Zn / Ag'
Zu Beginn . . . . .	0,692
Sofort nach Abkühlen . . . . .	0,420
80 Min. nach Abkühlen . . . . .	0,306
16½ Stunden nach Abkühlen . . . . .	0,155
Nach Einlassen von Zimmerluft augenblicklich . . .	0,644

Fast genau dieselben Resultate wurden erhalten, wenn die Röhre während des Erhitzens mehrmals ausgepumpt und mit Trockenluft gefüllt wurde. Auch beim Vorschalten eines U-Rohres, das zur Kondensation des Wasserdampfes in flüssige Luft eintauchte, ergab sich keine weitere Erniedrigung der elektromotorischen Kraft. Bei diesen Versuchen ließ sich also die elektromotorische Kraft wohl beträchtlich herabdrücken

(bis auf  $\frac{1}{4}$  des ursprünglichen Wertes), doch nicht zum Verschwinden bringen, wie bei direkter Anwesenheit von  $P_2O_5$ .

Nimmt man nun an, daß wenigstens bei letzteren Versuchen die Wasserhaut ganz entfernt worden ist, so läßt sich aus den experimentellen Ergebnissen noch folgendes schließen. Für die elektromotorische Kraft der Gaszelle, die bei Anwesenheit von Feuchtigkeit merklich gleich ist

$$p = M/M' + M'/W' + W/M$$

hat man nach der Behandlung zu setzen

$$p = M/M' + M'/G + G/M,$$

und da in diesem Falle  $p$  klein ist und gleich Null gesetzt werden darf, insofern zwischen den Metallen und dem Gase elektromotorische Kräfte von der Größe eines Volt auftreten, so kann man schreiben

$$M/M' = M/G + G/M'.$$

Daraus wäre zu schließen, daß die Gase Leiter erster Klasse sind und somit dem Gesetz der Spannungsreihe folgen. Einfacher hingegen ist die Annahme, daß Kontaktkräfte zwischen Metallen und Metall und Gas überhaupt nicht vorhanden sind.

§ 8. Seit dem Bekanntwerden von Zellen, die dadurch entstehen, daß man das Gas zwischen zwei Metallplatten leitend macht, hat man angenommen, daß es sich hier um dieselben elektromotorischen Kräfte handelt, welche bei den sogenannten Voltaschen Fundamentalversuchen die Wirkung herbeiführen. Vom experimentellen Standpunkt wird diese Annahme dadurch gestützt, daß die elektromotorische Kraft solcher Zellen ungefähr ebenso groß gefunden wird, als der nach einer der üblichen Methoden bestimmte Voltaeffekt. Vom theoretischen Standpunkt ist die Erklärung eine verschiedene, je nach der Theorie des Voltaeffekts, welche man zugrunde legt. Nach Voltas eigener Theorie wirkt beim Voltaeffekt die elektromotorische Kraft zwischen den Metallen, nach einer Form der sogenannten chemischen Theorie der Hauptsache nach zwischen den Metallen und den sie bedeckenden wässerigen Schichten. Nach ersterer Anschauung kommt der Ausschlag am Elektrometer durch eine Gaszelle auf folgende Weise zustande: Nimmt

die Nadel des Elektrometers bei der Berührung der beiden Metalle ihre Nullstellung ein, so entsteht ein Ausschlag, wenn sie einander durch leitend gemachtes Gas gegenüberstehen, weil die Potentiale der beiden Metalle, die bei der Berührung den Sprung  $M/M'$  aufwiesen, ausgeglichen werden. Der Ausschlag entspricht also einer Änderung der Potentialdifferenz der beiden Quadranten um  $M/M'$ . Anders nach der zweiten von de la Rive<sup>1)</sup> gegebenen Theorie. Danach gleicht das leitende Gas die Potentiale der Wasserschichten aus, und der Ausschlag am Elektrometer entspricht bei Weglassung der kleinen wahren Kontaktpotentialdifferenz zwischen den beiden Metallen der Summe  $M/W + W'/M'$ .

Die in § 7 mitgeteilten Versuche sprechen nun für letztere Theorie. Ebenfalls durch Entfernung der Wasserhaut hat kürzlich auch J. Brown<sup>2)</sup> die Richtigkeit dieser Anschauung zu zeigen versucht. Derselbe fand, daß der Voltaeffekt zwischen Zink und Kupfer nach dem Auskochen der Platten in Öl beinahe verschwunden war, daß er aber beim Liegen der Platten an der Luft wieder erschien. Auch haben die in § 7 mitgeteilten Ergebnisse kurz nach ihrer ersten Veröffentlichung<sup>3)</sup> eine erfreuliche Bestätigung erfahren durch den Nachweis, daß der Voltaeffekt polarisierbar ist. W. Gaede<sup>4)</sup> fand, daß der Voltaeffekt sich verändert erwies, wenn während einiger Minuten ein Strom zwischen einer Spitze und der einen Platte übergegangen war, und zwar wurde die dem Spitzenstrom ausgesetzte Platte anodischer, wenn der Strom von der Spitze zur Platte überging, und kathodischer, wenn der Strom entgegengesetzt floß. Auch an Gaszellen, die durch die Bestrahlung mit Radium hergestellt waren, zeigte sich Polarisation. Daß zunächst an Radiotellurzellen eine solche nicht nachgewiesen werden konnte, lag an der geringen Radioaktivität der benutzten Präparate. Erst mit den neueren, kräftigeren Präparaten ist es nun auch gelungen, solche Zellen sowohl im einen als im anderen Sinne zu polarisieren.

1) de la Rive, *Traité d'électricité* 2. p. 776. 1856.

2) J. Brown, *Phil. Mag.* 5. p. 591. 1903.

3) *Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin* 26. p. 850. 1904.

4) W. Gaede, *Ann. d. Phys.* 14. p. 641. 1904.

§ 9. Einige Versuche über das Verhalten der Gaszelle bei tiefer Temperatur seien hier noch angeführt. Nicht nur nach der de la Riveschen, sondern nach der sogenannten chemischen Theorie im allgemeinen ist zu erwarten, daß der Voltaeffekt bei genügend tiefer Temperatur beträchtlich vermindert werde. Erskine-Murray<sup>1)</sup> findet dies auch durch Extrapolation aus seinen Messungen bei 16—73° bestätigt. Direkte Bestimmungen des Voltaeffekts bei tiefer Temperatur hat Majorana<sup>2)</sup> ausgeführt. Derselbe bestimmte den Voltaeffekt zwischen zwei Platten zunächst bei Zimmertemperatur durch die Ablenkung eines auf  $\pm 250$  Volt geladenen, versilberten Quarzfadens, der zwischen ihnen

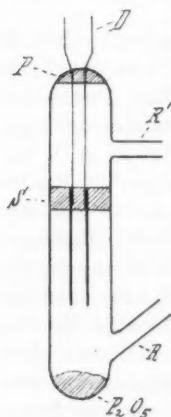


Fig. 5.

herabbing, bez. wandte eine der Nullmethode II analoge Meßmethode an. Sodann wurde der ganze Apparat in einem von trockenem Wasserstoff durchströmten Glasgefäß in flüssige Luft eingebracht. Es ergab sich nun, daß Zn/Au auf  $\frac{1}{10}$ , Al/Au auf  $\frac{1}{10}$  seines Wertes heruntergegangen war. Es war daher zu erwarten, daß auch die Gaszellen ein entsprechendes Verhalten zeigen würden. Die im folgenden mitgeteilten Versuche zeigen jedoch, daß die elektromotorische Kraft der Gaszelle bei der Temperatur der flüssigen Luft nur wenig geringer ist wie bei Zimmertemperatur. Eine Erklärung dieses unterschiedlichen Verhaltens kann nicht gegeben werden. Die Ausführung der Versuche ist folgende: In eine Glasröhre von der in Fig. 5 angegebenen Form wurde die zu untersuchende Zelle eingeschmolzen. Eine Lage Siegelack *S* wurde angebracht, um die Berührung der Elektroden unter sich und mit dem Glase zu verhindern. Durch die Röhre *R'* wurde überdies etwas Paraffin *P* eingebracht, um einem Nebenschluß durch Oberflächenleitung des Glases vorzubeugen. Nachdem durch *R* etwas Phosphor-pentoxyd eingefüllt war, wurden die Röhren abgeschmolzen.

1) Erskine-Murray, Phil. Mag. 45. p. 398. 1898.

2) Q. Majorana, Atti Accad. Linc. 9. p. 162. 1900.

Die Einschmelzstellen waren zum Schutz gegen die Berührung mit der flüssigen Luft mit einer Mischung von Wachs und venetianischem Terpentin umgeben. Nach Messung der elektromotorischen Kraft wurde nun das Glasgefäß so weit in die flüssige Luft eingebracht, daß die beiden Stellen, wo die Platindrähte *D* an die Kupferdrähte angelötet waren, noch eintauchten. Die Ergebnisse sind folgende:

	Sek. Widerstand	Volt Zn/Ag'
Vor dem Eintauchen . . . . .	44,5	0,797
4 Min. nach dem Eintauchen . . . . .		0,718
13 „ „ „ „ . . . . .	48,0	0,721
Wieder bei Zimmertemperatur . . . . .		0,796
		Al/Cu'
Vor dem Eintauchen . . . . .		1,050
Sofort nach dem Eintauchen . . . . .		1,031
20 Min. „ „ „ . . . . .		1,036
70 „ „ „ „ . . . . .		1,028
Wieder bei Zimmertemperatur . . . . .		1,059

Bei einem weiteren Versuch wurde während 2 Stunden Wasserstoff mittels *R'* und *R* durch die Röhre geleitet. Das Gas war durch Natronkalk und Phosphorpentoxyd getrocknet. Nach dem Abschmelzen von *R* und *R'* ergab sich

(Zn oxydiert)	Volt Zn/Ag'
Vor dem Eintauchen . . . . .	0,482
Sofort nach dem Eintauchen . . . . .	0,391
10 Min. „ „ „ . . . . .	0,394
Wieder bei Zimmertemperatur . . . . .	0,476

Der Widerstand der Zelle wurde auf die frühere Weise bestimmt: Aufladung von 1 Mikrof. bei  $-110$  Volt auf  $-0,029$  Volt.

Aus den Daten ist zu ersehen, daß bei ca.  $-180^{\circ}$  die elektromotorische Kraft keine beträchtliche Abnahme aufweist. Da nach der de la Riveschen Theorie die Ursache der Elektrizitätserregung in der Gaszelle dieselbe ist, wie im galvanischen Element, so wäre von diesem ein analoges Verhalten zu erwarten. Umgekehrt würde eine experimentelle Prüfung dieser Konsequenz zu einer weiteren Bestätigung der

de la Riveschen Theorie dienen können. Von der Ausführung solcher Versuche wurde aber Abstand genommen, da eine Messung der elektromotorischen Kraft nach einer der üblichen Methoden wegen des durch Gefrieren zum Nichtleiter werden- den Elektrolyten nicht ausführbar schien.

Zum Schluß sei es mir auch an dieser Stelle gestattet, Hrn. Geheimrat Warburg für die Anregung zu der vorliegenden Arbeit sowie für das stete Interesse und seinen vielfachen Rat meinen herzlichen Dank auszusprechen.

Berlin, Physik. Inst. d. Universität, Februar 1905.

(Eingegangen 8. Februar 1905.)

**7. Mikroskopische Bestimmung der Lage  
einer spiegelnden Fläche. Optischer Kontakt;  
von K. Prytz.**

Bei vielen physikalischen Arbeiten liegt die Aufgabe vor, die gegenseitige Lage zweier spiegelnden Flächen oder die Änderung der Lage einer einzelnen Fläche zu bestimmen. Von besonderer Bedeutung sind die beiden Fälle: bei einer Druckmessung die Höhendifferenz zweier Quecksilberflächen und bei der Messung von Dimensionen eines geschliffenen Körpers die Distanz zwischen zwei geschliffenen Flächen zu bestimmen.

Hat man mit der Einstellung auf eine Quecksilberoberfläche zu tun, ist man gewöhnlich auf das horizontale Visieren mit dem Fernrohr hingewiesen, während die Lage einer festen Fläche gewöhnlich dadurch bestimmt wird, daß man mechanischen Kontakt zwischen der Fläche und dem Ende einer Meßschraube hervorbringt.

Die Genauigkeit der Einstellung mittels des Fernrohres wird begrenzt teils dadurch, daß man einen ziemlich großen Abstand zwischen dem Fernrohr und der Quecksilberoberfläche haben muß, teils dadurch, daß gewöhnlich zwischen den beiden eine gebogene Glaswand vorhanden ist, deren Lichtbrechung nur schwierig sicher kontrolliert werden kann.

Bei der mechanischen Kontakteinstellung auf eine feste Fläche muß immer ein gewisser Druck, um die Berührung zu konstatieren, ausgeübt werden; die hierdurch veranlaßten Biegungen und Zusammendrückungen entziehen sich auch leicht der Kontrolle.

Für die Fälle, wo die genannten Schwierigkeiten sich geltend machen, habe ich die Methoden, über welche man schon disponiert, dadurch zu supplieren versucht, daß ich das Mikroskop zum Einstellen auf eine spiegelnde Fläche so verwende, daß die Achse des Mikroskops gegen die Fläche gerichtet ist. Natürlich kann dies ohne weiteres geschehen, wenn ein mikroskopisches Objekt auf der Fläche angebracht ist, und wenn man diesem Objekt die nötige Beleuchtung geben

kann. Stellt man auf scharfes Sehen des Objektes ein, ist der Abstand letzteren und damit auch der der Fläche mit einer gewissen Genauigkeit bestimmt. Da aber dieses Verfahren keine allgemeine Verwendung finden kann, habe ich es so eingerichtet, daß das Mikroskop selber das nötige Objekt in der Form eines vom Objektiv erzeugten reellen Bildes einer im Mikroskope angebrachten Lichtquelle liefert. Wenn dieses Bild in die spiegelnde Fläche fällt, hat man das, was ich *optischen Kontakt* zwischen Mikroskop und Fläche nenne. Die letztere wird ein mit dem Objektivbild zusammenfallendes Spiegelbild, welches sein Licht hinauf gegen das Mikroskop sendet, erzeugen; es ist folglich so, als ob sich ein Objekt in der Spiegelfläche befände.

Das Mikroskop wird zu diesem Zwecke so ausgerüstet (Fig. 1): In der Höhe des Fokalplans des positiven Okulars wird ein Seitenrohr angebracht, in welches ein konischer Glasstab einer klaren Glassorte, der *Lichtleiter*  $s$ , hineingeführt wird. Das innere Ende des Stabes ist kurz gebogen und nach einem mit der Achse des Stabes parallelen Plan geschliffen; in der so dargestellten, gegen das Objektiv gewandten, kleinen Fläche sind zwei feine Striche, welche um  $\frac{1}{40}$  mm voneinander abstehen, eingeritzt. Nachdem der ganze Stab mit Ausnahme seiner breiten Endfläche versilbert worden ist, habe ich das Silber von der schmalen Endfläche abgeschliffen, doch so, daß das in den Strichen sitzende Silber dort verblieb, wodurch diese beim Gebrauche dunkel auf hellem Grunde erscheinen.

Durch die äußere Endfläche wird Licht hineingesandt. Dieses Licht wird nach wiederholten Reflexionen die innere Endfläche erreichen; davon hinaustretend geht es weiter nach dem Objektiv hinab. Diese Fläche  $\sigma$  wird somit die Lichtquelle des Mikroskopes, wovon das Objektiv das reelle, verkleinerte Bild  $\sigma'$  erzeugt. Durch das Okular sieht man vorläufig nichts, wenn man von dem durch die Linsenflächen des Objektives reflektierten schwachen Lichte absieht.

Das Okular wird auf scharfes Sehen des Randes der Lichtquelle  $\sigma$  oder eines im Plan der letzteren ausgespannten Fadenkreuzes eingestellt. Führt man das Mikroskop so weit gegen eine spiegelnde Fläche hinab, daß das Bild  $\sigma'$  darin fällt, wird das vom Spiegel gegen das Objektiv reflektierte



Licht durch die Brechung im Objektiv wieder in der Lichtquelle  $\sigma$  gesammelt; dies ist eine Folge des Umstandes, daß Bild und Gegenstand sich vertauschen lassen. Auch in diesem Falle sieht man nichts durch das Okular; das Dunkelwerden im Mikroskop gibt also an, daß optischer Kontakt vorhanden ist. Wird das Mikroskop ein wenig hinauf oder hinab gegen den Spiegel verstellt, erscheint ein Leuchten rings um den nach oben dunkeln Lichtleiter; vom Bild sieht man aber nichts.

Schon das Dunkelwerden im Mikroskop ist ein einigermaßen brauchbares Mittel zur Herstellung des optischen Kon-

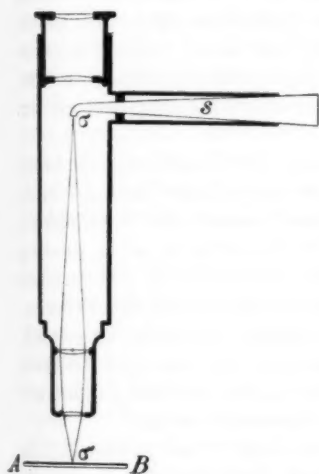


Fig. 1.

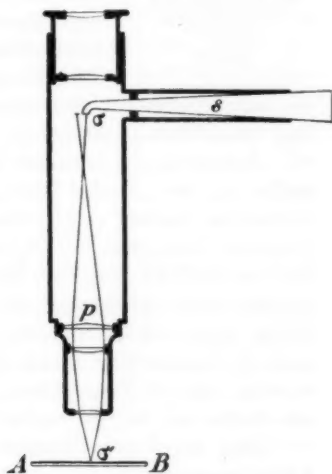


Fig. 2.

taktes; ich begnügte mich jedoch damit nicht, ich wünschte das Bild der Lichtquelle selbst zu sehen. Um dies zu erreichen befestigte ich dicht über dem Objektiv ein kleines Doppelprisma  $p$  (Fig. 2), welches so hergestellt worden ist, daß man die eine Seite einer zirkulären Glasplatte flach dachförmig mit einem Rückenwinkel von  $179^{\circ} 36'$  geschliffen hat. Jede Hälfte bildet somit ein Prisma mit dem brechenden Winkel  $12'$ . Das Anbringen des Prismas wird zur Folge haben, daß das Objektiv zwei einander sehr nahe liegende Bilder auf der Spiegelfläche

erzeugt. Der Umstand, daß das Licht, welches durch das eine Prisma hinab gegangen ist, nach der Reflexion durch das andere hinauf geht, hat zur Folge, daß auch oben unter dem Okulare zwei Bilder erzeugt werden, welche auf den beiden Seiten der Lichtquelle liegen. Sie werden daher beide sichtbar

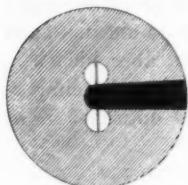


Fig. 3.

durch das Okular, wenn nicht, wie es der Fall in Fig. 2 ist, die beiden Prismenkanten senkrecht auf der Achse des Lichtleiters ist, in welchem Falle letztere das eine der beiden Bilder verdeckt. Fig. 3 gibt die Ansicht des Gesichtsfeldes, wenn die genannten Kanten parallel dem Lichtleiter sind. Daß die beiden Bilder die ganze Lichtmenge teilen müssen, schadet nichts,

da man, wenigstens wenn man mit einem Metallspiegel zu tun hat, reichliches Licht hat.

Sofern die brechenden Kanten des Doppelprismas senkrecht auf den in der Lichtquelle eingeritzten Strichen sind, erscheinen letztere mit erwünschter Schärfe und Deutlichkeit, jedenfalls, wenn man mit Objektivvergrößerungen bis zu zwanzig Mal zu tun hat. Sind aber die brechenden Kanten den Strichen parallel, dann macht sich die Unvollkommenheit der Prismenbilder, trotz der Kleinheit des brechenden Winkels, so geltend, daß die Strichbilder unscharf werden. Es soll hier bemerkt werden, daß die Vergrößerung des Objectives ohne Einfluß auf die Größe der beiden Bilder im Gesichtsfelde ist.

Man wird das Doppelprisma durch eine achromatische Linse ersetzen können, welche nach einem Schnitte durch die Achse geteilt worden ist, und welche, nachdem man eine Schicht parallel jeder der beiden Schnittflächen weggeschliffen hat, wieder gesammelt worden ist. Hat die Linse eine Brennweite von ungefähr 8 cm, und wird  $\frac{1}{3}$  mm von jeder Linsenhälfte weggeschliffen, dann wird die zusammengesetzte Linse ungefähr das Prisma äquivalieren. Wahrscheinlich wird man in dieser Weise gute Bilder in allen Fällen erhalten. Ich werde diese Anordnung gelegentlich prüfen. Übrigens wird man ein Doppelprisma mit bedeutend kleinerem berechnenden Winkel als  $12'$  verwenden können.

Das mit Lichtleiter und Doppelprisma versehene Mikroskop

wird so verwendet, daß man seinen Abstand vom Spiegel so lange ändert, bis das Bild der beiden Striche möglichst scharf erscheint.

Es ist nicht notwendig, daß die Achse des Mikroskopes genau senkrecht auf der Spiegelfläche steht; wird es so aus der senkrechten Lage gedreht, daß die beiden vom Objektiv erzeugten Bilder in der Spiegelfläche verbleiben, dann wird die Lage der beiden Bilder unter dem Okular unverändert bleiben; nur wird etwas Licht, nämlich das, welches, vom Spiegel reflektiert, an dem Objektiv vorbeigeht, verloren. Bei der senkrechten Lage wird fast alles Licht nach der Reflexion wieder vom Objektiv aufgefangen. Es ist ebenfalls ohne Einfluß auf die Lage der Bilder, ob die spiegelnde Fläche gekrümmt oder eben ist. In dieser Verbindung mache ich darauf aufmerksam, daß die Objektivbilder sehr klein sind. Die Lichtquelle hat einen Durchmesser von ungefähr 1 mm, bei der von mir gewöhnlich verwendeten Vergrößerung um 20 mal wird jeder der beiden Objektivbilder ungefähr  $\frac{1}{20}$  mm groß; der Abstand zwischen ihren Zentren wird  $\frac{1}{10} - \frac{1}{20}$  mm groß; die Bilder der beiden Striche liegen nur um  $\frac{1}{800}$  mm voneinander ab.

#### Die Genauigkeitsgrenze der Kontakteinstellung.

Das Objekt für die Einstellung des Mikroskopes ist das Spiegelbild des vom Objektiv erzeugten reellen Bildes  $\sigma'$  der Lichtquelle  $\sigma$ ; da der Abstand dieses Bildes vom Objektiv, wenn der Abstand zwischen Mikroskop und Spiegel geändert wird, die doppelte Änderung erfährt, wird die Genauigkeit der Einstellung auf dem Spiegelbild doppelt so groß, als wenn man auf ein wirkliches Objekt mit demselben Mikroskop einstellte. Um die Genauigkeitsgrenze bestimmen zu können, habe ich es so eingerichtet, daß ich die mikroskopische Einstellung mittels der ungefähr zwanzigmal genaueren Einstellung mittels Lichtinterferenzen kontrollierte. Dies wurde mittels der in Fig. 4 schematisch dargestellten Anordnung ausgeführt.

Ein Planglas  $P$  ist beiderseits spiegelnd versilbert; es wird von einem Schlitten, welcher mit Hilfe der Schraube  $F$  bewegt werden kann, getragen. Auf der einen Seite der Glasplatte  $P$  ist das Mikroskop mit Lichtleiter und Doppelprisma, auf der anderen Seite eine schwach gekrümmte Linse, welche mit der Glasplatte zusammen Newtonsche

Interferenzringe bildet, angebracht. Mikroskop und Linse sind beide an der Unterlage des Schlittens befestigt.

Die Linse ist auf der gegen  $P$  gewandten Seite durchsichtig versilbert, ebenso das schräg gestellte Planglas  $M$ . Als Lichtquelle für die Interferenz diente eine von Siedentopf konstruierte Quecksilberbogenlampe von Zeiss<sup>1)</sup>; sie liefert ein außerordentlich kräftiges, ziemlich konstantes Licht bei einer Stromstärke von 9 Amp. Nachdem das Licht mittels der Linse  $l_1$  parallel gegen  $M$  gerichtet worden ist, wird es

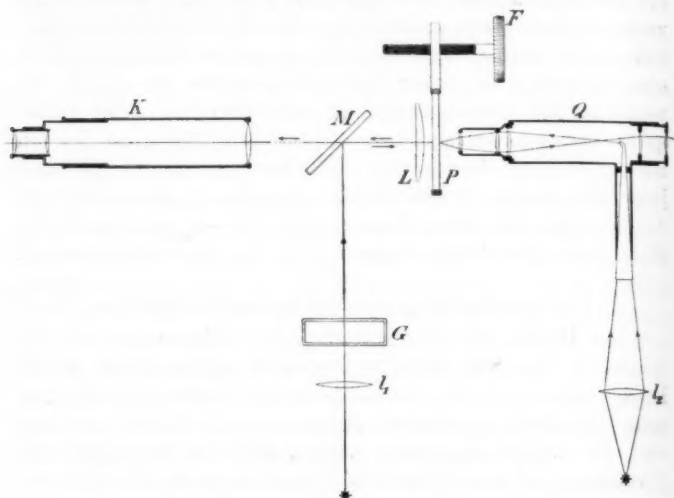


Fig. 4.

gegen die Interferenzgläser hin reflektiert; hiervon gehen die interferierenden Lichtstrahlen zurück nach  $M$  und durch diese Platte nach dem Fernrohr  $K$ , wo die Interferenzstreifen beobachtet werden.

Von den beiden Beobachtern, welche den Apparat bedienen, stellt der eine die Glasplatte  $P$  auf optischen Kontakt mit dem Mikroskop ein, während der andere die Lage des Interferenzbildes gegen das Fadenkreuz des Fernrohrs

1) H. Siedentopf, Zeitschr. f. Instrumentenk. 24. p. 22. 1904.

notiert. Hiernach wird die Glasplatte *P* außer Kontakt gebracht, um gleich nachher wieder eingestellt zu werden, und nach der neuen Einstellung wird die Lage des Interferenzbildes wieder notiert. Dies wird so lange wiederholt, als es die Ermüdung des Auges zuläßt. Aus den Unterschieden in der Lage des Interferenzbildes bei den verschiedenen Einstellungen wird der mittlere Fehler bei der Kontakteinstellung berechnet.

Das Licht der Quecksilberbogenlampe geht durch das Glasgefäß *G*, welches eine schwache Lösung von Kaliumbichromat, die das blaue Quecksilberlicht absorbiert, enthält. Das interferierende Licht enthält somit das gelbe und grüne Quecksilberlicht, welches ein prachtvolles Interferenzbild erzeugt. Zwischen den mit Rücksicht auf Lichtstärke vorherrschenden grünen Ringen sieht man in wechselnder Reihenfolge Gruppen von schwarzen und gelben Zwischenräumen, welche nach einer verwickelten Periode variieren, weil das gelbe Licht zwei Wellenlängen enthält. Die Anwesenheit der gelben Ringe macht es möglich, feste Anhaltspunkte im Interferenzbilde zu finden, indem man immer mittels einer geringen Verschiebung der Platte *P* eine solche gegenseitige Lage der gelben und grünen Streifen im Gesichtsfeld des Fernrohres hervorschaffen kann, daß man irgend einen der Streifen nach einer Verschiebung des Bildes sicher wieder erkennen kann, wenn man voraussetzen darf, daß die Verschiebung nur wenige Streifen beträgt. Als spezielle Versuche die Zulässigkeit dieser Voraussetzung in meiner Untersuchung bewiesen hatten, wurde dadurch der Vorteil gewonnen, daß der Beobachter beim Fernrohr nicht die vorbeipassierenden Streifen zu zählen brauchte, wenn sein Mitarbeiter die Platte *P* außer Kontakt brachte, oder wenn er sie wieder einstellte. Der letztere konnte daher die Platte mit der zur Einstellung am besten geeigneten Geschwindigkeit bewegen, ungeachtet, daß die Streifen dadurch so schnell passierten, daß sie unmöglich gezählt werden konnten.

Nach jeder Einstellung auf den optischen Kontakt wurde notiert die Anzahl grüner Streifen zwischen einem der beiden Fäden im Fernrohr und der Mitte des Nullstreifens, d. h. des Streifens, welcher als Merkstreifen dient.

Der Lichtleiter des Mikroskopes wurde mittels einer  $\frac{1}{2}$ ,

bis 1 m entfernten Glühlampe, wovon die Linse  $l_2$  ein reelles Bild auf der Endfläche des Leiters erzeugt, beleuchtet. Der Apparat war gegen die Wärmestrahlung der Lampe geschützt.

Aus den in einer Beobachtungsreihe gefundenen verschiedenen Lagen des Nullstreifens zum Faden wurde die mittlere Lage dieses Streifens berechnet. Die Abweichungen davon in den einzelnen Beobachtungen wurden als Beobachtungsfehler bei den zugehörigen Kontakteinstellungen angesehen, und daraus wurde der mittlere Fehler, vorläufig im Abstand zwischen zwei grünen Streifen als Einheit, berechnet.

Im Mikroskop wurde in allen Versuchen das positive Kompensationsokular Nr. 8 von Zeiss (Vergrößerung = 8) verwendet. Als Objektiv diente in den meisten Versuchen (sieben Reihen) Zeiss' Achromat B, für welches die Äquivalentbrennweite auf 12 mm, der freie Objektastand auf 3 mm und die Vergrößerung auf 20 angegeben ist. Zwei Versuchsreihen wurden mit einem Trockenapochromat, Vergrößerung 63, von Zeiss ausgeführt.

In den nachstehenden Tab. I u. II bedeutet  $a$  die beobachtete Anzahl von grünen Streifen zwischen der Mitte des Nullstreifens und dem Faden,  $b$  bedeutet den Abstand des Nullstreifens von seiner mittleren Lage und somit den Beobachtungsfehler bei der Einstellung; die laufende Nummer der Beobachtungsreihe ist oberhalb gegeben. Unterhalb ist der aus den Werten von  $b$  berechnete mittlere Fehler aufgeführt. Unterhalb der Tabelle ist der aus sämtlichen Werten von  $b$ , diese als eine Reihe von Fehlerwerten zusammen genommen, berechnete mittlere Fehler aufgeführt.

Daß das Interferenzbild 1 Streifendistanz von der dem genauen Kontakt entsprechenden Lage abweicht, gibt an, daß die Platte  $P$  um  $\frac{1}{2}$  Wellenlänge des Lichtes, welches die Streifen bilden, von dem richtigen Abstand verstellt ist. Da der mittlere Fehler bei der Objektivvergrößerung 20, Gesamtvergrößerung 160, gleich 2,1 Streifenabständen gefunden ist, wird der Fehler gleich 1,05 Wellenlänge; da diese Größe für das grüne Quecksilberlicht gleich  $0,546 \mu$  ist, so ist das Resultat der Untersuchung, daß man unter den gegebenen Verhältnissen auf optischen Kontakt mit einer Genauigkeit einstellen kann, welche einem mittleren Fehler gleich  $0,57 \mu$  entspricht.

Tabelle I.

Objektivvergrößerung = 20, Okularvergrößerung = 8.

1		2		3		4		5		6		7	
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
0	+3,4	-1	+1,4	-3	-2,0	+4	+2,9	+3	+2,1	0	-1,2	0	-1,2
-6	-2,6	0	+2,4	+1	+2,0	+3	+1,9	-1	-1,9	+3	+1,8	+1	-0,2
-4	-0,6	-6	-3,6	-1	0,0	+2	+0,9	+1	+0,1	0	-1,2	+6	+4,8
-3	+0,4	+1	+3,4	-1	0,0	0	-1,1	-1	-1,9	+2	+0,8	-2	-3,2
-1	-0,6	-5	-2,6	+2	+3,0	+1	-0,1	+2	+1,1			+3	+1,8
		0	+2,4	+3	+4,0	+2	+0,9	+1	+0,1			+1	-0,2
		-6	-3,6	-3	-2,0	0	-1,1	+4	+3,1			0	-1,2
				0	+1,0	+1	-0,1	+3	+2,1			-1	-2,2
				-4	-3,0	0	-1,1	-4	-4,9			0	-1,2
				-1	0,0	+3	+1,9					+4	+2,8
				0	+1,0	-2	-3,1						
				-1	0,0	0	-1,1						
				-2	-1,0	+1	-0,1						
				-3	-2,0	+1	-0,1						
				-3	-2,0	0	-1,1						
Mittl. Fehler	2,2	3,1		2,0		1,5		2,5		1,5		2,4	

Der aus sämtlichen 65 Werten für *b* berechnete mittlere Fehler ist gleich 2,1 Streifendistanzen.

Tabelle II.

Objektivvergrößerung = 63, Okularvergrößerung = 8.

1		2	
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
+1,0	-1,1	-1,0	-0,3
+4,0	+1,9	-1,5	-0,8
+2,5	+0,4	-2,0	-1,3
+5,0	+2,9	0	+0,7
+1,5	-0,6	-2,5	-1,8
+2,5	+0,4	-1,2	-0,5
-1,5	-3,6	+1,5	+2,2
+2,0	-0,1	+2,0	+2,7
-0,5	-2,6	-2,0	-1,3
+4,5	+2,4		

Mittl. Fehler 2,1

1,6

Der aus sämtlichen 19 Werten für *b* berechnete mittlere Fehler ist gleich 1,8 Streifendistanzen.

An die in den beiden Tabellen mitgeteilten Zahlenwerte mag ich die folgenden Bemerkungen knüpfen. Zur Führung des Planglases *P* verwendete ich einen älteren Schlittenapparat mit vorzüglicher Steuerung für den Schlitten, aber mit großem toten Gange; ich konnte daher nicht das gewöhnliche Mittel zur Erleichterung der scharfen Einstellung auf ein Objekt, welches darin besteht, daß man schnell zwischen zu großen und zu kleinen Abständen wechselt, verwenden. Die Einstellungsbedingungen waren daher ungünstiger als die, welche man bei den meisten Verwendungen der Methode erwarten darf. Was die beiden Striche in der Lichtquelle  $\sigma$  (Fig. 1) betrifft, wird es nach meinen Erfahrungen vorzuziehen sein, sie verhältnismäßig breit zu haben, aber mit kleinerem Zwischenraum als  $\frac{1}{40}$  mm, so daß die Scharfeinstellung vom deutlichen Hervortreten des hellen Zwischenraumes bedingt wird. Eines Mißverständnisses zufolge wurden in den Versuchen mit der Vergrößerung 20 die Zahlen *a* in der Tab. I, welche die Lage des Interferenzbildes angeben, nur in ganzen Zahlen notiert, obschon die Einstellungsgenauigkeit wohl die Mitnahme einer Dezimalziffer hätte motivieren können; hierdurch dürfte der mittlere Fehler etwas zu groß gefunden worden sein.

Mit dem stärkeren Objektiv, Vergrößerung 63, konnten die beiden Striche nicht deutlich gesehen werden, wahrscheinlich infolge der Unvollkommenheit der Prismenbilder; dagegen bekam man ein scharfes Bild eines vor der Lichtquelle  $\sigma$  ausgespannten, ziemlich dicken Kokonfadens; dies deutet darauf hin, daß die Bilder der Striche unsichtbar werden, weil das Prisma ihre Breite vermindert, wenn sie senkrecht auf der brechenden Kante stehen. Es scheint, daß beim Gebrauch des stärkeren Objectives nicht viel in bezug auf Genauigkeit gewonnen wird; die Einstellung wird doch dadurch erleichtert, daß das Bild des Fadens ziemlich plötzlich hervortritt bez. verschwindet, wenn man die Platte *P* hin und wieder verschiebt. Der Objektabstand ist für dieses Objektiv auf 0,2 mm angegeben.

#### Die Verwendungen der Methode.

Mein Augenmerk bei der Ausbildung der Methode war in erster Reihe ihre Verwendung zur Bestimmung oder zur



Einstellung der Höhe einer Quecksilberoberfläche bei Druckmessungen. Da die Genauigkeit 20—30 mal so groß ist als bei der Verwendung des Fernrohres, wird man mit dem Mikroskop rücksichtlich der Untersuchung von gasförmigen Körpern in stark verdünntem Zustande oder von kleinen Druckänderungen in Gasen gewöhnlicher Dichte beträchtlich weiter als bisher reichen können. Außer der Erreichung der größeren Genauigkeit hat man hier noch den Vorteil, bedeutend günstigere Bedingungen für die Herstellung einer konstanten Temperatur im Quecksilber und im Gase zu haben. Bei der Beobachtung mittels des Fernrohres muß der Raum oberhalb des Quecksilbers für das Durchsehen zugänglich sein; dadurch wird man gehindert, das zuverlässigste Mittel zur Herstellung einer konstanten und bekannten Temperatur, nämlich die Umgebung mittels Eises, zu verwenden. Mit dem Mikroskop hat man nicht diesen Übelstand, weil es selber das bei der Einstellung nötige Licht liefert. Man wird auf diesem Wege dem Gas-thermometer eine ausgedehntere Verwendung geben können, teils weil das Instrument empfindlicher wird, teils weil man eine sichere Bestimmung der Temperatur im schädlichen Raum erhalten kann, wenn man das Mikroskop zur Einstellung der Quecksilberoberfläche in diesem Raume verwendet; die sonst verwendete gläserne oder metallene Spitze wird dann durch die Spitze des aus dem Objektiv austretenden Lichtkegels ersetzt.

Man wird zwei gegeneinander gerichtete Mikroskope in gegenseitigen optischen Kontakt bringen können, so daß man in dem einen Mikroskop das Objektivbild der Lichtquelle des anderen scharf sieht. Ist das eine der beiden Mikroskope mittels Mikrometerschraube verschiebbar, so wird man die Dicke eines zwischenliegenden Körpers, ohne auf denselben Druck auszuüben, messen können. Auf diesem Wege wird man z. B. die Dicke eines Flüssigkeitsstrahles oder eines Tropfens mit einer Genauigkeit von  $\mu$  bestimmen können.

Kopenhagen, Februar 1905.

(Eingegangen 13. Februar 1905.)

8. *Die Wirkung eines unendlich langen Metallzylinders auf Hertzsche Wellen;*  
*von W. Seitz.*

Bei der großen praktischen Bedeutung, welche die elektrischen Wellen durch die Telegraphie ohne Draht erlangt haben, dürfte es nicht nur von theoretischem Interesse sein, die Störungen, welche metallische Körper in Beziehung auf die Ausbreitung der Wellen hervorbringen, zu studieren. Abgesehen von der Reflexion an Metallwänden wurde bis jetzt nur die Wirkung einer metallischen Kugel<sup>1)</sup> berechnet.

Im folgenden soll nun untersucht werden, wie ebene elektrische Wellen in der Umgebung eines unendlich langen leitenden Zylinders, dessen Achse senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung der Welle liegt, verändert sind. Freilich weichen die hier zugrunde liegenden Bedingungen von den in Wirklichkeit vorkommenden Verhältnissen, wo man es stets mit endlichen Leitern zu tun hat, und wo die Wirkung des Empfängers nicht zu vernachlässigen ist, erheblich ab. Aber man darf vermutlich doch aus den Resultaten der folgenden Rechnungen einige Schlüsse auch auf die unter realen Versuchsbedingungen vorkommenden Störungen ziehen.

In der nun allgemein gebräuchlichen Bezeichnungsweise lauten die Maxwell'schen Gleichungen

$$\frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E} = -\operatorname{rot} \mathfrak{H} \quad \text{und} \quad \frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = \operatorname{rot} \mathfrak{E}.$$

(Es bedeutet  $\mathfrak{E}$  die elektrische (statisch gemessene),  $\mathfrak{H}$  die magnetische Kraft,  $\epsilon$  und  $\mu$  die Dielektrizitäts- bez. Magnetisierungskonstante,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit und  $\sigma$  die elektrostatisch gemessene Leitfähigkeit.)

Zur Lösung unseres Problems müssen wir Polarkoordinaten anwenden, und zwar soll die  $z$ -Achse mit dem unendlich langen Drahte zusammenfallen,  $r$  sei der Abstand des

1) J. J. Thomson, Recent researches in electricity and Magnetisme. 1893.

gegebenen Punktes von der Drahtachse,  $\varphi$  der Winkel, welchen  $r$  mit der positiven  $x$ -Achse bildet, wobei  $\varphi$  in der Richtung der positiven Rotation wächst.

Die Komponenten von  $\mathfrak{E}$  nach diesen Koordinaten sind  $\mathfrak{E}_z$ ,  $\mathfrak{E}_r$  und  $\mathfrak{E}_\varphi$ , und die von  $\mathfrak{H}$  sind  $\mathfrak{H}_z$ ,  $\mathfrak{H}_r$  und  $\mathfrak{H}_\varphi$ .

Die Maxwell'schen Gleichungen, auf Polarkoordinaten transformiert, lauten dann <sup>1)</sup>:

$$\frac{e}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E}_z = \frac{1}{r} \frac{\partial r \mathfrak{H}_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \mathfrak{H}_r}{\partial \varphi},$$

$$\frac{e}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}_r}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E}_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial \mathfrak{H}_\varphi}{\partial z},$$

$$\frac{e}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}_\varphi}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E}_\varphi = \frac{\partial \mathfrak{H}_r}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial r},$$

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial t} = - \frac{1}{r} \frac{\partial r \mathfrak{E}_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathfrak{E}_r}{\partial \varphi},$$

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}_r}{\partial t} = - \frac{1}{r} \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial \varphi} + \frac{\partial \mathfrak{E}_\varphi}{\partial z},$$

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}_\varphi}{\partial t} = - \frac{\partial \mathfrak{E}_r}{\partial z} + \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial r}.$$

## I. Kapitel.

Für den Fall ebener Wellen, deren elektrische Kraft parallel dem Drahte, also in der  $z$ -Richtung verläuft, vereinfachen sich diese Gleichungen ganz erheblich. Offenbar wird  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{H}$  unabhängig von  $z$  sein, es verschwinden also alle Differentialquotienten  $\partial/\partial z$ . In der ursprünglichen ebenen Welle war  $\mathfrak{E}_r$  und  $\mathfrak{E}_\varphi = 0$ , und hieran kann die Anwesenheit des Drahtes nichts ändern; also auch diese Größen verschwinden, und demnach ebenfalls  $\mathfrak{H}_z$ . Da  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{H}$  der Zeit nach rein periodisch sind, so muß, falls der Differentialquotient einer Funktion  $\partial/\partial t = 0$  ist, dies ebenfalls von der Funktion selbst gelten.

Die Gleichungen (2), (3), (4) werden identisch gleich Null, und es bleibt bestehen:

$$(1) \quad \frac{e}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E}_z = \frac{1}{r} \frac{\partial r \mathfrak{H}_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \mathfrak{H}_r}{\partial \varphi},$$

1) A. Sommerfeld, Wied. Ann. 67. p. 237. 1899.

$$(II) \quad \frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}_r}{\partial t} = - \frac{1}{r} \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial \varphi},$$

$$(III) \quad \frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}_\varphi}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial r}.$$

Da im folgenden nur noch eine Komponente der elektrischen Kraft vorkommt, so soll an Stelle von  $\mathfrak{E}_z$  einfach  $\mathfrak{E}$  geschrieben werden.

Es sind folgende Grenzbedingungen zu erfüllen: Für  $r = \infty$  hat man ebene Wellen, welche sich vom positiven  $x$  nach abnehmenden  $x$  fortbewegen, es muß also sein:

$$(\mathfrak{E})_{r=\infty} = M e^{i(n t + \frac{2\pi}{\lambda} r \cos \varphi)} = M e^{i(n t + \frac{2\pi}{\lambda} z)},$$

wenn man unter  $M$  die elektrische Amplitude, unter  $\lambda$  die Wellenlänge, unter  $n/2\pi$  die Schwingungszahl versteht.

Ferner müssen an der Drahtoberfläche die Tangentialkomponenten der elektrischen wie der magnetischen Kraft aus dem äußeren Raum in das Innere des Metalles stetig übergehen; also für  $r = \rho$  (d. i. Drahtradius)

$$(\mathfrak{E})_1 = (\mathfrak{E})_2, \quad (\mathfrak{H}_\varphi)_1 = (\mathfrak{H}_\varphi)_2,$$

wobei der Index 1 sich auf den äußeren Raum, der Index 2 sich auf den Draht bezieht. Aus (III) folgt dann für  $r = \rho$

$$\frac{1}{\mu_1} \left( \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial r} \right)_1 = \frac{1}{\mu_2} \left( \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial r} \right)_2.$$

Durch Differentiation von Gleichung (II) nach  $\varphi$ , von Gleichung (III) nach  $r$ , und von Gleichung (I) nach  $t$  erhalten wir, indem wir  $\mathfrak{H}_\varphi$  und  $\mathfrak{H}_r$  eliminieren, den bekannten Ausdruck:

$$(IV) \quad \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} + \frac{4\pi \sigma \mu}{c^2} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial \varphi^2}.$$

Da  $\mathfrak{E}$  in Beziehung auf die Zeit rein periodisch ist, so können wir setzen:

$$\mathfrak{E} = e^{i n t} u,$$

wobei  $u$  eine Funktion von  $r$  und  $\varphi$  ist. Ausdruck (IV) erhält dann die Form:

$$(V) \quad \left( -\frac{\varepsilon \mu n^2}{c^2} + \frac{4\pi \sigma \mu i n}{c^2} \right) u = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}.$$

Im äußeren Raume ist die Leitfähigkeit  $\sigma = 0$ , im Drahte selbst dagegen darf man die Verschiebungsströme gegenüber

den Leitungsströmen vernachlässigen, und demnach  $\varepsilon \mu n^2/c^2 = 0$  setzen.<sup>1)</sup>

Bezeichnen wir den Ausdruck in der Klammer mit  $(-k^2)$  und setzen für  $u$   $Q_m \cos m\varphi$  ein, wobei  $m$  beliebige ganze Zahlen darstellt, so geht die Differentialgleichung in die bekannte Besselsche Gleichung über

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial Q_m}{\partial r} + \left(k^2 - \frac{m^2}{r^2}\right) Q_m = 0,$$

deren partikuläre Lösungen die Besselschen Funktionen erster und zweiter Art  $J_m(kr)$  und  $K_m(kr)$  mit dem Argument  $kr$  sind. Der Index  $m$  bedeutet, daß die Funktionen  $m^{\text{ter}}$  Ordnung sind.

Die allgemeine Lösung von (V) wäre daher:

$$\sum (a_m K_m(kr) + b_m J_m(kr)) \cos m\varphi,$$

wobei  $m$  alle ganzen Zahlen von 0 bis  $\infty$  darstellt.

Im Außenraum ist

$$k = k_1 = \sqrt{\varepsilon \mu} \frac{n}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Im Drahte ist

$$k = k_2 = \sqrt{\frac{-4\pi\sigma\mu i n}{c^2}}.$$

Da für das Argument 0, also für  $r = 0$   $K = \infty$  würde, so reduziert sich für den Innenraum das Integral auf

$$u_2 = \sum b_m J_m(k_2 r) \cos m\varphi.$$

Damit im Außenraum die Bedingung

$$u_{r=\infty} = M e^{i \frac{2\pi}{\lambda} r \cos \varphi} = M e^{i k_1 r \cos \varphi}$$

erfüllt wird, entwickeln wir  $e^{i k_1 r \cos \varphi}$  nach  $J_m(k_1 r)$ .

Es ist<sup>2)</sup>

$$M e^{i k_1 r \cos \varphi} = M \left( J_0(k_1 r) + 2 \sum_{1}^{\infty} i^m J_m(k_1 r) \cos m\varphi \right).$$

Wir setzen also im Außenraum

$$\sum_{0}^{\infty} b_m J_m(k_1 r) = M \left[ J_0(k_1 r) + 2 \sum_{1}^{\infty} i^m J_m(k_1 r) \cos(m\varphi) \right] = M e^{i k_1 r \cos \varphi},$$

1) A. Sommerfeld, Wied. Ann. 67. p. 261. 1899.

2) E. Heine, Handb. d. Kugelf. 1. Bd. p. 82. Gleichung (14b).

dann hat  $u$  für  $r = \infty$  den gewünschten Wert, da  $K_m$  für ein unendlich großes, reelles Argument verschwindet.<sup>1)</sup>

Wir erhalten also die Lösungen:

$$(VI) \quad \begin{cases} u_1 = \sum_0^{\infty} a_m K_m(p_1) \cos(m\varphi) \\ \quad + M \left[ J_0(p_1) + 2 \sum_1^{\infty} i^m J_m(p_1) \cos m\varphi \right] \\ = \sum_0^{\infty} a_m K_m(p_1) \cos(m\varphi) + M e^{i p_1 \cos \varphi}, \end{cases}$$

$$(VII) \quad u_2 = \sum_0^{\infty} b_m J_m(p_2) \cos(m\varphi)$$

(es ist für  $k_1 r$  und für  $k_2 r p_1$  bez.  $p_2$  geschrieben).

Für  $r = \rho$  ist

$$\begin{aligned} \text{i. } u_1 &= u_2 \quad \text{und} \quad 2. \quad \frac{1}{\mu_1} \frac{\partial u_1}{\partial r} = \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial u_2}{\partial r}, \\ \text{oder} \quad \frac{k_1}{\mu_1} \frac{\partial u_1}{\partial p_1} &= \frac{k_2}{\mu_2} \frac{\partial u_2}{\partial p_2}. \end{aligned}$$

Wenn die Funktionen  $u_1$  und  $u_2$  untereinander gleich sind, so müssen die einzelnen zu gleichem  $\cos(m)\varphi$  gehörigen Koeffizienten paarweise einander gleich sein. Dasselbe gilt in bezug auf Bedingung 2 von den Differentialquotienten.

Die beiden Bedingungsbedingungen lösen sich also in folgende zwei Reihen von Gleichungen auf:

$$(VIII) \quad \begin{cases} a_0 K_0(p_1) + M J_0(p_1) = b_0 J_0(p_2), \\ a_1 K_1(p_1) + M 2 i J_1(p_1) = b_1 J_1(p_2), \\ a_2 K_2(p_1) - M 2 J_2(p_1) = b_2 J_2(p_2); \\ \vdots \\ \frac{a_0 k_1}{\mu_1} K_0'(p_1) + M \frac{k_1}{\mu_1} J_0'(p_1) = \frac{b_0 k_2}{\mu_2} J_0'(p_2), \\ \frac{a_1 k_1}{\mu_1} K_1'(p_1) + M 2 \frac{i k_1}{\mu_1} J_1'(p_1) = \frac{b_1 k_2}{\mu_2} J_1'(p_2), \\ \frac{a_2 k_1}{\mu_1} K_2'(p_1) - M 2 \frac{k_1}{\mu_1} J_2'(p_1) = \frac{b_2 k_2}{\mu_2} J_2'(p_2). \\ \vdots \end{cases}$$

Hieraus können die Konstanten  $a_0, a_1, a_2$  etc. berechnet werden; nämlich:

1) A. Sommerfeld, Wied. Ann. 67. p. 248. 1899.

$$(IX) \quad \left\{ \begin{aligned} a_0 &= M \frac{J_0(x_1) \frac{1}{\mu_2} \frac{J'_0(x_2)}{J_0(x_2)} - \frac{k_1}{k_2} \frac{1}{\mu_1} \frac{J'_0(x_1)}{J_0(x_1)}}{\frac{k_1}{k_2} \frac{1}{\mu_1} K'_0(x_1) - \frac{1}{\mu_2} \frac{J'_0(x_2)}{J_0(x_2)} K_0(x_1)}, \\ a_1 &= 2iM \frac{J_1(x_1) \frac{1}{\mu_2} \frac{J'_1(x_2)}{J_1(x_2)} - \frac{k_1}{k_2} \frac{1}{\mu_1} \frac{J'_1(x_1)}{J_1(x_1)}}{\frac{k_1}{k_2} \frac{1}{\mu_1} K'_1(x_1) - \frac{1}{\mu_2} \frac{J'_1(x_2)}{J_1(x_2)} K_1(x_1)}, \\ a_2 &= -2M \frac{J_2(x_1) \frac{1}{\mu_2} \frac{J'_2(x_2)}{J_2(x_2)} - \frac{k_1}{k_2} \frac{1}{\mu_1} \frac{J'_2(x_1)}{J_2(x_1)}}{\frac{k_1}{k_2} \frac{1}{\mu_1} K'_2(x_1) - \frac{1}{\mu_2} \frac{J'_2(x_2)}{J_2(x_2)} K_2(x_1)} \text{ etc.} \end{aligned} \right.$$

Im folgenden sollen einige für das Rechnen mit Besselschen Funktionen nötige Formeln angegeben werden.

Es ist<sup>1)</sup>:

$$(X) \quad J_m(p) = \frac{p^n}{2 \cdot 4 \dots 2n} \left\{ 1 - \frac{p^2}{2 \cdot (2n+2)} + \frac{p^4}{2 \cdot 4 \cdot (2n+2)(2n+4)} \dots \right\}.$$

Für sehr großes Argument mit nicht verschwindendem imaginären Teil, wie dies bei  $p_2$  der Fall ist, wird

$$(XI) \quad \frac{J'_0(p_2)}{J_0(p_2)} = \mp i,$$

je nachdem der imaginäre Teil positiv oder negativ ist.<sup>2)</sup>

Ferner ist<sup>3)</sup>:

$$(XII) \quad \left\{ \begin{aligned} K_0(p) &= J_0(p) \left( \ln \frac{2}{p} + 0,5772157 \right) \\ &\quad - 2 \left\{ J_2(p) - \frac{1}{2} J_4(p) + \frac{1}{8} J_6(p) \dots \right\}, \end{aligned} \right.$$

$$(XIII) \quad \left\{ \begin{aligned} K'_0(p) &= J'_0(p) \left( \ln \frac{2}{p} + 0,5772157 \right) - \frac{J_0(p)}{p} \\ &\quad - 2 \left\{ J'_2(p) - \frac{1}{2} J'_4(p) + \frac{1}{8} J'_6(p) \dots \right\}. \end{aligned} \right.$$

1) E. Heine, l. c. Gleichung (14c); R. Weber, Partielle Diff.-Gleichungen 1. p. 157. Tabellen der Besselschen Funktionen erster Art finden sich bei Lommel (Besselsche Funktionen 1868), ferner noch ausführlicher bei Meissel (Abhandl. d. Berl. Akad. 1888), Tabellen der Besselschen Funktionen zweiter Art bei B. A. Smith (Mess. of mathem. 26. p. 98. 1896/97). Die letzteren Zahlen sind nach einer etwas anderen Formel berechnet als der von Heine angegebenen, können aber durch Vorzeichenwechsel und Addition von  $J_0(p) \left( \ln 2 + 0,5772157 \right)$  auf diesen Ausdruck zurückgeführt werden. Den Hinweis auf diese Tabellen, wie manchen anderen wertvollen Rat verdanke ich Hrn. Prof. W. Wien.

2) A. Sommerfeld, l. c. p. 248.

3) E. Heine, l. c. Gleichung (44f).

Zur Berechnung der Funktionen dienen auch die Formeln:

$$(XIV) \quad \frac{\partial J_m(p)}{\partial p} = J'_m(p) = \frac{m}{p} J_m(p) - J_{m+1}(p),$$

$$(XV) \quad 2m \cdot J_m(p) = p(J_{m-1}(p) + J_{m+1}(p)),$$

sowie

$$(XVI) \quad K'_m(p) = \frac{m}{p} K_m(p) - K_{m+1}(p),$$

$$(XVII) \quad 2m K_m(p) = p(K_{m-1}(p) + K_{m+1}(p)).$$

Aus Formel (XII) für große Werte von  $p$  mit *negativem* imaginären Teil berechnet sich mit Hilfe von (XIV) und (XV):

$$(XVIII) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{J'_0(p)}{J_0(p)} &= i, \\ \frac{J'_1(p)}{J_1(p)} &= \frac{J_0(p) + \frac{1}{p} J'_0(p)}{-J'_0(p)} = i - \frac{1}{p}, \\ \frac{J'_2(p)}{J_2(p)} &= \frac{\frac{2}{p} J_0(p) - \left(1 - \frac{4}{p^2}\right) J'_0(p)}{-J_0(p) - \frac{2}{p} J'_0(p)} \\ &= \frac{-\frac{2}{p} + \left(1 - \frac{4}{p^2}\right) i}{+1 + \frac{2}{p} i} = \frac{\frac{8}{p^3} + i}{1 + \frac{4}{p^2}} \text{ etc.} \end{aligned} \right.$$

Diese Ausdrücke werden wir im folgenden zur Berechnung von  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  gebrauchen.

**Kupferdraht vom Radius 0,1 cm.**

Die Leitfähigkeit

$$\frac{\sigma}{c^2} = 5,83 \cdot 10^{-4} \text{ abs. Einheiten.}$$

Die Schwingungszahl soll  $10^9$  pro Sekunde sein, also  $n = 2\pi \cdot 10^9$ , die Wellenlänge in Luft gleich  $3 \cdot 10^{10}/10^9 = 30$  cm. Da in diesem, wie in allen übrigen Fällen der den Draht umgebende Raum mit Luft erfüllt sein soll, so wird  $\mu_1$  und  $\epsilon_1 = 1$ ,  $\mu_2$  ist hier ebenfalls = 1.



Es wird daher

$$h_1 = \frac{n}{c} = \frac{2\pi}{3} \cdot 10^{-1} = 0,2095,$$

$$h_2 = \sqrt{-i \cdot \frac{4\pi\sigma n}{c^2}} = (1-i) 2\pi \sqrt{5,83 \cdot 10^5} = (1-i) 4800,$$

$$a_0 = M \frac{\frac{J_0(p_1)}{J_0(p_2)} - \frac{k_1}{k_2} \frac{J_0'(p_1)}{J_0'(p_2)}}{\frac{k_1}{k_2} K_0'(p_1) - \frac{J_0'(p_2)}{J_0(p_2)} K_0(p_1)}$$

für die Drahtoberfläche, d. i.  $r = \rho = 0,1$  cm ist  $p_1 = 0,02095$ ,  
 $p_2 = (1-i) 480$ . Für diesen Wert von  $p_2$  kann man die ab-  
 gekürzte Form (XVIII) benutzen:

$$\frac{J_0'(p_2)}{J_0(p_2)} = i.$$

Es ist ferner

$$\frac{k_1}{k_2} = 2,182 \cdot 10^{-5} (1+i), \quad J_0(p_1) = 0,99989, \quad J_0'(p_1) = -0,010474,$$

$$K_0 = 5,135, \quad K_0' = -47,79,$$

also:

$$a_0 = M \frac{0,99989 i + 2,182 \cdot 10^{-5} (1+i) 0,010474}{-2,182 \cdot 10^{-5} (1+i) \cdot 47,79 - i 5,135}$$

$$= -M(0,19468 + 0,00003989 i);$$

ferner

$$\frac{J_1'(p_2)}{J_1(p_2)} = i - \frac{1}{(1-i) 480} = i - \frac{1+i}{960},$$

$$J_1(p_1) = 0,010474, \quad J_1'(p_1) = 0,49993,$$

$$K_1(p_1) = 47,29, \quad K_1'(p_1) = -2276,1,$$

$$a_1 = M 2 i \frac{0,010474 \left( i - \frac{1+i}{960} \right) - 2,182 \cdot 10^{-5} (1+i) 0,49993}{-2,18 \cdot 10^{-4} (1+i) 2276,13 - \left( i - \frac{1+i}{960} \right) 47,793}$$

$$= M(0,913 \cdot 10^{-6} - 0,000439 i);$$

ferner

$$\frac{J_2'(p_2)}{J_2(p_2)} = \frac{\frac{8}{(480)^3 (1-i)^3} + i}{1 - \frac{4}{(480)^2 \cdot 2i}} = i + 9,1 \cdot 10^{-6},$$

$$J_2(p_1) = 0,00005461, \quad J_2'(p_1) = 0,005213,$$

$$K_2(p_1) = 4557,5, \quad K_2'(p_1) = -435085$$

$$a_2 = -2M \frac{0,00005461 (i + 9,1 \cdot 10^{-6}) - 2,182 \cdot 10^{-5} (1+i) 0,005213}{-2,182 \cdot 10^{-5} (1+i) 435085 - (i + 9,1 \cdot 10^{-6}) 4557,5}$$

$$= M(2,38 \cdot 10^{-8} + 9,82 \cdot 10^{-11} i),$$

ferner

$$\frac{J_3'(p_2)}{J_3(p_2)} = i - \frac{1}{960},$$

$$J_3(p_1) = 0,00000019, \quad J_3'(p_1) = 0,00002721,$$

$$K_3(p_1) = 870122, \quad K_3'(p_1) = -124596720,$$

$$\begin{aligned} a_3 &= -2iM \frac{0,00000019 \left( i - \frac{1}{960} \right) - 2,182 \cdot 10^{-4} (1+i) 0,00002721}{-2,182 \cdot 10^{-4} (1+i) 124,60 \cdot 10^9 - 870121 \left( i - \frac{1}{960} \right)} \\ &= -M(0,272 - 43,6i) \cdot 10^{-14}. \end{aligned}$$

Für die Oberfläche des Drahtes ist  $r = 0,1$  cm, also  $p_1 = 0,02095$ .  
Für diesen Wert ist:

$$K_0(p_1) = 5,135,$$

$$K_1(p_1) = 47,793,$$

$$K_2(p_1) = 4557,5,$$

$$K_3(p_1) = 870122$$

und

$$\mathfrak{E} = u e^{i n t} + M e^{i n t + p_1 \cos \varphi},$$

für  $\varphi = 0$ , d. i. in der Richtung der einfallenden Wellen, da sich diese vom positiven zum negativen  $x$  bewegen

$$\begin{aligned} \mathfrak{E} &= (a_0 K_0 + a_1 K_1 + a_2 K_2 + a_3 K_3 + \dots) (\cos n t + i \sin n t) \\ &\quad + M (\cos (n t + p_1) + i \sin (n t + p_1)). \end{aligned}$$

Wenn wir für  $a$   $M(\alpha + i\beta)$  schreiben, so wird der reelle Teil von  $\mathfrak{E}$ , der allein zu berücksichtigen ist:

$$\begin{aligned} \mathfrak{E} &= [\alpha_0 K_0 + \alpha_1 K_1 + \alpha_2 K_2 + \alpha_3 K_3 + \dots + \cos p_1] M \cos n t \\ &\quad + [\beta_0 K_0 + \beta_1 K_1 + \beta_2 K_2 + \beta_3 K_3 + \dots - \sin p_1] M \sin n t \\ &= [-0,9997 + 4,36 \cdot 10^{-5} + 10,83 \cdot 10^{-5} - 2,365 \cdot 10^{-9} + \dots \\ &\quad + 0,99978] M \cos n t, \\ &\quad + [0,0002044 + 0,02096 - 4,475 \cdot 10^{-7} - 3,79 \cdot 10^{-7} \\ &\quad + \dots - 0,02094] M \sin n t, \\ &= 0; \end{aligned}$$

für  $q = \pi$ , d. i. hinter dem Draht:

$$\begin{aligned}\mathfrak{E} &= [\alpha_0 K_0 - \alpha_1 K_1 + \alpha_2 K_2 - \alpha_3 K_3 + \dots] (\cos nt + i \sin nt) \\ &\quad + M [\cos (nt - p_1) + i \sin (nt - p_1)], \\ &= [\alpha_0 K_0 - \alpha_1 K_1 + \alpha_2 K_2 - \alpha_3 K_3 + \dots + \cos p_1] M \cos nt \\ &\quad + [\beta_0 K_0 - \beta_1 K_1 + \beta_2 K_2 - \beta_3 K_3 + \dots + \sin p_1] M \sin nt, \\ &= [0,9997 - 4,36 \cdot 10^{-5} + \dots + 0,99978] M \cos nt \\ &\quad + [0,0002044 - 0,02096 - \dots + 0,02094] M \sin nt, \\ &= 0;\end{aligned}$$

95. für  $q = \pm \frac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned}\mathfrak{E} &= [\alpha_0 K_0 - \alpha_2 K_2 \dots] (\cos nt + i \sin nt) + M (\cos nt + i \sin nt), \\ &= [\alpha_0 K_0 - \alpha_2 K_2 \dots + 1] M \cos nt + [\beta_0 K_0 - \beta_2 K_2 \dots] M \sin nt, \\ &= [0,9997 - 10,83 \cdot 10^{-5} + \dots + 1] M \cos nt \\ &\quad + [0,0002044 + 4,475 \cdot 10^{-7} \dots] M \sin nt, \\ &= 0.\end{aligned}$$

In der gleichen Weise sind die Werte von  $\mathfrak{E}$  für größeren Abstand berechnet worden, und die Ergebnisse in der folgenden Tabelle zusammengefaßt. Die Reihen konvergieren desto schneller, je größer  $p$ , d. i.  $r$  ist; es braucht daher bald nur das erste Glied der Reihe berücksichtigt zu werden. Außerdem wurde noch die mittlere elektrische Energie der Welle für die einzelnen Punkte berechnet, da es bei experimentellen Bestimmungen gerade auf diese ankommt.

Sie ist

$$\frac{1}{T} \int_0^T \mathfrak{E}^2 dt = \frac{M^2}{2} (A^2 + B^2),$$

wenn wir setzen:

$$\mathfrak{E} = M(A \cos nt + B \sin nt).$$

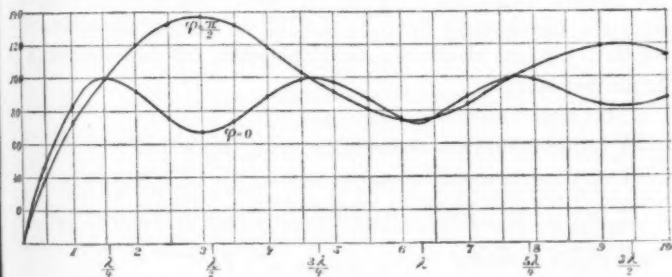
In der letzten Rubrik der folgenden Tabelle ist die mittlere Energie in Prozenten der mittleren Energie der ursprünglichen Welle angegeben.

Tabelle 1.

$r$	$q$	$\mathfrak{C}$	$(A^2 + L^2) \cdot 100$
$r = 0,1 \text{ cm}$ ( $p_1 = 0,02095$ )	0	0	0
	$\pi$	0	0
	$\pi/2$	0	0
$r = 0,478 \text{ cm}$ ( $p_1 = 0,1$ )	0	$M(0,300 \cos nt - 0,09322 \sin nt)$	9,88 %
	$\pi$	$M(0,300 \cos nt + 0,0955 \sin nt)$	9,91
	$\pi/2$	$M(0,305 \cos nt + 0,00014 \sin nt)$	9,30
$r = 0,956 \text{ cm}$ ( $p_1 = 0,2$ )	0	$M(0,427 \cos nt - 0,1960 \sin nt)$	22
	$\pi$	$M(0,427 \cos nt + 0,1960 \sin nt)$	22
	$\pi/2$	$M(0,447 \cos nt + 0,00013 \sin nt)$	20
$r = 1,912 \text{ cm}$ ( $p_1 = 0,4$ )	0	$M(0,520 \cos nt - 0,3880 \sin nt)$	42
	$\pi$	$M(0,520 \cos nt + 0,3882 \sin nt)$	42
	$\pi/2$	$M(0,599 \cos nt + 0,000082 \sin nt)$	35,8
$r = 4,78 \text{ cm}$ ( $p_1 = 1,0$ )	0	$M(0,3955 \cos nt - 0,8405 \sin nt)$	86,2
	$\pi$	$M(0,3955 \cos nt + 0,8405 \sin nt)$	86,2
	$\pi/2$	$M(0,855 \cos nt + 0,00003 \sin nt)$	73,0
$r = 7,17 \text{ cm}$ ( $p_1 = 1,5$ )	0	$M(0,0717 \cos nt - 0,9982 \sin nt)$	100,01
	$\pi$	$M(0,0717 \cos nt + 0,9982 \sin nt)$	100,01
	$\pi/2$	$M(1,0019 \cos nt)$	100,4
$r = 9,56 \text{ cm}$ ( $p_1 = 2$ )	0	$M(-0,311 \cos nt - 0,909 \sin nt)$	92,1
	$\pi$	$M(-0,311 \cos nt + 0,909 \sin nt)$	92,1
	$\pi/2$	$M 1,106 \cos nt$	1,222
$r = 11,95 \text{ cm}$ ( $p_1 = 2,5$ )	0	$M(-0,6377 \cos nt - 0,5992 \sin nt)$	76,4
	$\pi$	$M(-0,6377 \cos nt + 0,5992 \sin nt)$	76,4
	$\pi/2$	$M 1,1631 \cos nt$	135,5
$r = 14,34 \text{ cm}$ ( $p_1 = 3$ )	0	$M(-0,8161 \cos nt - 0,1417 \sin nt)$	68,5
	$\pi$	$M(-0,8161 \cos nt + 0,1417 \sin nt)$	68,5
	$\pi/2$	$M 1,1738 \cos nt$	138,0
$r = 16,73 \text{ cm}$ ( $p_1 = 3,5$ )	0	$M(-0,7935 \cos nt + 0,3504 \sin nt)$	75,2
	$\pi$	$M(-0,7935 \cos nt - 0,3504 \sin nt)$	75,2
	$\pi/2$	$M 1,1432 \cos nt$	130,5
$r = 19,12 \text{ cm}$ ( $p_1 = 4$ )	0	$M(-0,5674 \cos nt + 0,7588 \sin nt)$	89,7
	$\pi$	$M(-0,5674 \cos nt - 0,7588 \sin nt)$	89,7
	$\pi/2$	$M 1,0843 \cos nt$	117,5
$r = 21,51 \text{ cm}$ ( $p_1 = 4,5$ )	0	$M(-0,1954 \cos nt + 0,9784 \sin nt)$	99,4
	$\pi$	$M(-0,1954 \cos nt - 0,9784 \sin nt)$	99,4
	$\pi/2$	$M 1,0125 \cos nt$	102,5

Tabelle 1 (Fortsetzung).

$r$	$\varphi$	$\mathcal{E}$	$(A^2 + B^2) \cdot 100$
$r = 23,90 \text{ cm}$ ( $p_1 = 5$ )	0	$M(0,2296 \cos nt + 0,9591 \sin nt)$	97,16 %
	$\pi$	$M(0,2296 \cos nt - 0,9591 \sin nt)$	97,16
	$\pi/2$	$M 0,9456 \cos nt$	89,3
$r = 26,29 \text{ cm}$ ( $p_1 = 5,5$ )	0	$M(0,6061 \cos nt + 0,7061 \sin nt)$	86,75
	$\pi$	$M(0,6061 \cos nt - 0,7061 \sin nt)$	86,75
	$\pi/2$	$M 0,8978 \cos nt$	80,6
$r = 28,68 \text{ cm}$ ( $p_1 = 6$ )	0	$M(0,8379 \cos nt + 0,2807 \sin nt)$	78,0
	$\pi$	$M(0,8379 \cos nt - 0,2807 \sin nt)$	78,0
	$\pi/2$	$M 0,8781 \cos nt$	77,0
$r = 33,46 \text{ cm}$ ( $p_1 = 7$ )	0	$M(0,6781 \cos nt - 0,6575 \sin nt)$	89,1
	$\pi$	$M(0,6781 \cos nt + 0,6575 \sin nt)$	89,1
	$\pi/2$	$M 0,9246 \cos nt$	85,3
$r = 38,24 \text{ cm}$ ( $p_1 = 8$ )	0	$M(-0,1209 \cos nt - 0,9888 \sin nt)$	99,5
	$\pi$	$M(-0,1209 \cos nt + 0,9888 \sin nt)$	99,5
	$\pi/2$	$M 1,02975 \cos nt$	106,0
$r = 43,02 \text{ cm}$ ( $p_1 = 9$ )	0	$M(-0,8147 \cos nt - 0,4115 \sin nt)$	83,1
	$\pi$	$M(-0,8147 \cos nt + 0,4115 \sin nt)$	83,1
	$\pi/2$	$M 1,0967 \cos nt$	120,1
$r = 47,80 \text{ cm}$ ( $p_1 = 10$ )	0	$M(-0,7664 \cos nt + 0,5448 \sin nt)$	88,4
	$\pi$	$M(-0,7664 \cos nt - 0,5448 \sin nt)$	88,4
	$\pi/2$	$M 1,0723$	115



ändert, falls wir von den kleinsten Werten von  $r$  absehen, in ganz anderer Weise dagegen für  $q = \pm \pi/2$ . Der Verlauf der Energie der Wellen bei verschiedenem Abstand vom Draht ist am besten aus dem vorstehenden Kurvendiagramm (Fig. 1) zu ersehen.

Ordinate ist die Energie in Prozentsen der unveränderten Welle, die Abszisse bildet  $p$ , d. i. der Abstand von der Achse, gerechnet in Wellenlängen und multipliziert mit  $2\pi$ .

Platindraht vom Radius 0,0002 cm.

Es ist hier

$$\frac{\sigma}{c^2} = 6,90 \cdot 10^{-5} \text{ abs. Einheiten.}$$

Die Schwingungszahl sei auch hier  $10^9$ , also

$$n = 2\pi \cdot 10^9, \quad \varepsilon_1 = \mu_1 = \mu_2 = 1,$$

also

$$k_1 = \frac{2\pi \cdot 10^9}{3 \cdot 10^{10}} = 0,2095,$$

$$k_2^2 = - \frac{2i(2\pi)^2 \cdot 6,90 \cdot 10^{-5}}{10^{-9}},$$

$$k_2 = (1 - i)1651.$$

An der Drahtoberfläche ist demnach:

$$p_1 = 0,0000419, \quad p_2 = 0,3302(1 - i).$$

Es können daher für  $J'_0(p_2)/J_0(p_2)$  etc. nicht wie im vorigen Fall die abgekürzten Formeln (XVIII) in Anwendung gebracht werden, sondern es müssen die Funktionen aus den Reihen (X) berechnet werden.

Es ergibt sich

$J_0(p_2) = 0,99926 - 0,05452i$	$J_0(p_1) = 1,$
$J_1(p_2) = 0,16956 - 0,16056i$	$J_1(p_1) = 0,0002005,$
$J_2(p_2) = 0,0004953 - 0,00226i$	$J_2(p_1) = 2,2 \cdot 10^{-10},$
$J'_0(p_2) = -J_1(p_2)$	$J'_0(p_1) = -J_1(p_1),$
$J'_1(p_2) = 0,5000 + 0,0407i$	$J'_1(p_1) = 0,500,$
$J'_2(p_2) = 0,08553 - 0,0795i$	$J'_2(p_1) = 1,05 \cdot 10^{-5},$
$K_0(p_1) = 11,35,$	$K'_0(p_1) = -K_1(p_1),$
$K_1(p_1) = 2,387 \cdot 10^4,$	$K'_1(p_1) = -5,696 \cdot 10^8,$
$K_2(p_1) = 1,1392 \cdot 10^9,$	$K'_2(p_1) = -5,45 \cdot 10^{13}.$

Durch Einsetzen dieser Zahlenwerte in (IX) erhält man:

$$a_0 = -M(0,05303 + 0,041935 i),$$

$$a_1 = M(0,475 - 0,0308 i) \cdot 10^{-10},$$

$$a_2 = -M(0,0392 - 0,342 i) \cdot 10^{-20}.$$

Die Werte von  $\mathfrak{E}$  für verschiedene  $r$  und  $q$  wurden ebenso, wie in dem zuerst behandelten Falle berechnet und sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 2.

$r$	$q$	$\mathfrak{E}$	$A^2 + B^2$
$r = 0,0002$ cm (Oberfläche) $(p_1 = 0,0000419)$	0	$M(0,398 \cos nt + 0,476 \sin nt)$	38,5 %
	$\pi$	$M(0,398 \cos nt + 0,476 \sin nt)$	38,5
	$\pi/2$	$M(0,398 \cos nt + 0,476 \sin nt)$	38,5
0,239 cm $(p_1 = 0,05)$	0	$M(0,7727 \cos nt + 0,1290 \sin nt)$	61,4
	$\pi$	$M(0,7727 \cos nt + 0,2280 \sin nt)$	64,9
	$\pi/2$	$M(0,7740 \cos nt + 0,1785 \sin nt)$	63,0
0,478 cm $(p_1 = 0,1)$	0	$M(0,806 \cos nt + 0,049 \sin nt)$	65
	$\pi$	$M(0,806 \cos nt + 0,249 \sin nt)$	71
	$\pi/2$	$M(0,811 \cos nt + 0,149 \sin nt)$	68
0,956 cm $(p_1 = 0,2)$	0	$M(0,8295 \cos nt - 0,080 \sin nt)$	69
	$\pi$	$M(0,8295 \cos nt + 0,318 \sin nt)$	78,8
	$\pi/2$	$M(0,8494 \cos nt + 0,119 \sin nt)$	73,4
1,912 cm $(p_1 = 0,4)$	0	$M(0,8120 \cos nt - 0,3026 \sin nt)$	75
	$\pi$	$M(0,8120 \cos nt + 0,4754 \sin nt)$	89
	$\pi/2$	$M(0,8909 \cos nt + 0,0905 \sin nt)$	80
4,78 cm $(p_1 = 1,0)$	0	$M(0,5010 \cos nt - 0,8102 \sin nt)$	90,7
	$\pi$	$M(0,5010 \cos nt + 0,8726 \sin nt)$	101,1
	$\pi/2$	$M(0,9605 \cos nt + 0,0312 \sin nt)$	92,3
7,17 cm $(p_1 = 1,5)$	0	$M(0,07027 \cos nt - 0,9980 \sin nt)$	100
	$\pi$	$M(0,0049 \cos nt + 0,9972 \sin nt)$	99,9
	$\pi/2$	$M(1,0005 \cos nt - 0,0004 \sin nt)$	100,1
9,56 cm $(p_1 = 2)$	0	$M(-0,3680 \cos nt - 0,9317 \sin nt)$	101,8
	$\pi$	$M(-0,3680 \cos nt + 0,8861 \sin nt)$	93,4
	$\pi/2$	$M(1,0289 \cos nt - 0,0228 \sin nt)$	106
11,95 cm $(p_1 = 2,5)$	0	$M(-0,7564 \cos nt - 0,6341 \sin nt)$	97,2
	$\pi$	$M(-0,7564 \cos nt + 0,5639 \sin nt)$	88,7
	$\pi/2$	$M(1,0444 \cos nt - 0,0351 \sin nt)$	109

Tabelle 2 (Fortsetzung).

$r$	$q$	$\mathfrak{E}$	$A^2 + B^2$
14,34 cm ( $p_1 = 3$ )	0	$M(-0,9426 \cos nt - 0,1791 \sin nt)$	92,0%
	$\pi$	$M(-0,9426 \cos nt + 0,1043 \sin nt)$	90,0
	$\pi/2$	$M(1,0473 \cos nt - 0,0374 \sin nt)$	109,6
16,73 cm ( $p_1 = 3,5$ )	0	$M(-0,8977 \cos nt + 0,3194 \sin nt)$	90,7
	$\pi$	$M(-0,8977 \cos nt - 0,381 \sin nt)$	95,0
	$\pi/2$	$M(1,0390 \cos nt - 0,0308 \sin nt)$	108
19,12 cm ( $p_1 = 4$ )	0	$M(-0,6288 \cos nt + 0,7373 \sin nt)$	93,8
	$\pi$	$M(-0,6288 \cos nt - 0,7797 \sin nt)$	100,2
	$\pi/2$	$M(1,0229 \cos nt - 0,02115 \sin nt)$	104,5
21,51 cm ( $p_1 = 4,5$ )	0	$M(-0,2045 \cos nt + 0,9754 \sin nt)$	99,2
	$\pi$	$M(-0,2045 \cos nt - 0,9808 \sin nt)$	100,2
	$\pi/2$	$M(1,00339 \cos nt - 0,00268 \sin nt)$	100,8
23,90 cm ( $p_1 = 5$ )	0	$M(0,2692 \cos nt + 0,9705 \sin nt)$	101,2
	$\pi$	$M(0,2692 \cos nt - 0,9471 \sin nt)$	96,7
	$\pi/2$	$M(0,9852 \cos nt + 0,0117 \sin nt)$	97,0
26,29 cm ( $p_1 = 5,5$ )	0	$M(0,6804 \cos nt + 0,7279 \sin nt)$	99,2
	$\pi$	$M(0,6804 \cos nt - 0,6839 \sin nt)$	92,9
	$\pi/2$	$M(0,9721 \cos nt + 0,0220 \sin nt)$	94,5
28,68 cm ( $p_1 = 6$ )	0	$M(0,9266 \cos nt + 0,3069 \sin nt)$	95,3
	$\pi$	$M(0,9266 \cos nt - 0,2544 \sin nt)$	92,4
	$\pi/2$	$M(0,9668 \cos nt + 0,02625 \sin nt)$	93,3

Die Energie der Welle für verschiedene Werte von  $p_1$  und für  $q = 0, \pi$  und  $\pi/2$  ist ebenso wie im ersten Falle durch das folgende Kurvendiagramm (Fig. 2) dargestellt.

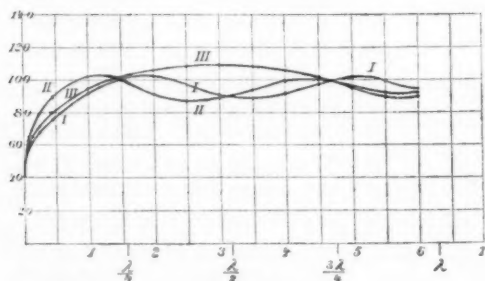


Fig. 2.



Während im ersten Falle, d. i. bei dem Kupferdraht, auf der Oberfläche des Metalles  $\mathfrak{E}$  nahezu gleich Null war, kommt hier der elektrischen Kraft auch an dieser Stelle noch ein endlicher Wert zu. Demnach muß auch eine endliche Energiemenge vom Platindraht absorbiert werden.

Man kann diese mittels des Poyntingschen Satzes berechnen. Nach diesem ist der Energiefluß durch die Oberfläche eines Drahtstückes vom Radius  $\varrho$  und der Länge eines Zentimeters:

$$E = \frac{\varrho c}{4\pi} \int_0^{2\pi} \mathfrak{E}_z \mathfrak{H}_\varphi d\varphi.$$

$\mathfrak{E}_z$  ist nach obiger Tabelle an der Oberfläche des Platindrahtes von  $\varphi$  unabhängig. Dasselbe gilt von  $\mathfrak{H}_\varphi$ ; denn nach (III):

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}_\varphi}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial \varrho} = h_1 (a_0 K_0'(p_1) + a_1 K_1'(p_1) \cos \varphi + \dots \\ + M i \cos \varphi e^{i p_1 \cos \varphi}) e^{i n t}.$$

Da ferner  $h_1 = n/c$

$$\mathfrak{H}_\varphi = \frac{c h_1}{i n} (a_0 K_0'(p_1) + a_1 K_1'(p_1) \cos \varphi + \dots \\ + M i \cos \varphi e^{i p_1 \cos \varphi}) e^{i n t} \\ = -i M [(0,05303 + 0,04193 i) 0,23867 \cdot 10^5 \\ - (0,475 - 0,0308 i) \cdot 10^{-10} \cdot 5,696 \cdot 10^8 \cos \varphi \\ + (0,0392 - 0,342 i) \cdot 10^{-20} \cdot 5,43 \cdot 10^{13} \cos(2\varphi) - \dots \\ + i e^{i p_1 \cos \varphi} \cos \varphi] e^{i n t}.$$

In dieser Reihe können alle Glieder, welche  $\varphi$  enthalten, vernachlässigt werden, ebenso das Glied  $i e^{i p_1 \cos \varphi} \cos \varphi$ , da dessen größter Wert gleich  $i$  ist.

Es ist daher  $\mathfrak{H}_\varphi$  nahezu unabhängig von  $\varphi$ .

Wenn man ausmultipliziert und dann nur den reellen Teil berücksichtigt, so erhält man

$$\mathfrak{H}_\varphi = (1265 \sin n t + 1000 \cos n t).$$

Es ist daher

$$E = \frac{c \varrho \mathfrak{H}_\varphi \mathfrak{E}_z 2\pi}{4\pi} = \frac{c \varrho M^2}{2} (0,398 \cos n t + 0,476 \sin n t) \\ (1265 \sin n t + 1000 \cos n t) \\ = M^2 \cdot 3 \cdot 10^6 (980 \cos n t \sin n t + 205 \sin^2 n t + 398).$$

Während einer Schwingung absorbiert der Draht folgende Energiemenge:

$$\begin{aligned}\int_0^T E dt &= \frac{1}{n} \int_0^{2\pi} E d(n t) \\ &= 3 \cdot 10^6 M^2 \left( \frac{205 \cdot 2\pi}{2 \cdot n} + 398 \cdot \frac{2\pi}{n} \right) \\ &= 3 \cdot 10^6 M^2 T (102,5 + 398) \\ &= 3 \cdot 10^6 M^2 10^{-9} \cdot 500,5 \\ &= 1,50 M^2.\end{aligned}$$

Auf noch einfachere Weise läßt sich diese Zahl berechnen aus dem Ohmschen Gesetz, da die elektrische Kraft auf der Drahtoberfläche von  $q$  unabhängig ist.

Der Strom ist bei der geringen Dicke des Drahtes im ganzen Querschnitt nahezu gleichmäßig verteilt, wie aus der bekannten Formel von Lord Kelvin hervorgeht.<sup>1)</sup>

Es ist

$$\int_0^T E dt = \frac{1}{32} \int_0^T \mathfrak{E}^2 dt.$$

Der elektrostatische Widerstand  $\Omega$  ist gleich

$$\frac{1}{6,9 \cdot 10^4} \cdot \frac{10^{-9}}{900} \cdot \frac{1}{q^2 \pi} = \frac{10^{-7}}{780},$$

ferner ist

$$\begin{aligned}\int_0^T \mathfrak{E}^2 dt &= \frac{M^2}{2} 0,385 T \text{ (vgl. Tab. 2).} \\ \int_0^T E dt &= 780 \cdot 10^7 \cdot 10^{-9} \cdot M^2 \cdot 0,1925 \\ &= M^2 1,50.\end{aligned}$$

Eisendraht vom Radius 2 cm.

Es ist

$$\frac{\sigma}{c^2} = 10,8 \cdot 10^{-5}, \quad \mu_2 = 110.^2)$$

1) Vgl. die von Hospitalier berechnete Tabelle des Wechselstromwiderstandes gerader Drähte; G. Ferraris, *Wissensch. Grundl. d. Elektrotechnik* p. 294. Teubner, Leipzig 1901.

2) J. Klemenčič, *Wied. Ann.* 50. p. 475. 1893.

Ferner sei

$$n = 2\pi \cdot 0,5 \cdot 10^8, \text{ also } \lambda = 600 \text{ cm},$$

daher

$$k_1 = \frac{2\pi \cdot 0,5 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^{10}} = 0,010475.$$

$$k_2^2 = -i \cdot 8\pi^2 \cdot 10,8 \cdot 0,5 \cdot 10^8 \cdot 110,$$

$$k_2 = (1 - i)4850.$$

An der Drahtoberfläche ist demnach:

$$p_1 = 0,02095, \quad p_2 = (1 - i)9700.$$

Hier können für  $J_0'(p_2)/J_0(p_2)$  etc. die abgekürzten Formeln (XVIII) angewandt werden.

Die zur Berechnung von  $a_0, a_1, a_2$  nötigen Größen sind außer  $k_1, k_2, \mu_2, J_m'(p_2)/J_m(p_2)$  dieselben wie im Falle I, da  $p_1$  denselben Wert hat.

Es ergibt sich:

$$a_0 = -M(0,1945 + 2,155 \cdot 10^{-4}i),$$

$$a_1 = M(4,89 \cdot 10^{-6} - 4,33 \cdot 10^{-4}i),$$

$$a_2 = M(2,35 \cdot 10^{-8} + 5,35 \cdot 10^{-10}i).$$

Die Werte von  $\mathfrak{E}$  für verschiedene Abstände  $r$  sind ebenso wie in den vorigen Beispielen berechnet und in Tab. 3 zusammengestellt.

Tabelle 3.

$r$	$q$	$\mathfrak{E}$	$A^2 + B^2$
$r = \varrho = 2$ (Oberfläche) $(p_1 = 0,02095)$	0	0	0
	$\pi$	0	0
	$\pi/2$	0	0
9,54 cm $(p_1 = 0,1)$	0	$M(0,3026 \cos nt - 0,09466 \sin nt)$	10,05 %
	$\pi$	$M(0,3025 \cos nt + 0,09620 \sin nt)$	10,08
	$\pi/2$	$M(0,3075 \cos nt + 0,00077 \sin nt)$	9,43
19,08 cm $(p_1 = 0,2)$	0	$M(0,4276 \cos nt - 0,1957 \sin nt)$	22,10
	$\pi$	$M(0,4276 \cos nt + 0,1969 \sin nt)$	22,15
	$\pi/2$	$M(0,4475 \cos nt + 0,00061 \sin nt)$	20,00
38,16 cm $(p_1 = 0,4)$	0	$M(0,520 \cos nt - 0,3876 \sin nt)$	42,0
	$\pi$	$M(0,520 \cos nt + 0,3885 \sin nt)$	42,1
	$\pi/2$	$M(0,599 \cos nt + 0,00045 \sin nt)$	35,7

Tabelle 3 (Fortsetzung).

$r$	$q$	$\mathfrak{E}$	$A^2 + B^2$
95,4 cm ( $p_1 = 1$ )	0	$M(0,3941 \cos nt - 0,8405 \sin nt)$	86,2 %
	$\pi$	$M(0,3940 \cos nt + 0,8408 \sin nt)$	86,2
	$\pi/2$	$M(0,8535 \cos nt + 0,00016 \sin nt)$	72,8
143,1 cm ( $p_1 = 1,5$ )	0	$M(0,07163 \cos nt - 0,9970 \sin nt)$	99,9
	$\pi$	$M(0,07163 \cos nt + 0,9970 \sin nt)$	99,9
	$\pi/2$	$M 1,0019 \cos nt$	100,4
190,8 cm ( $p_1 = 2$ )	0	$M(-0,311 \cos nt - 0,909 \sin nt)$	92,0
	$\pi$	$M(-0,311 \cos nt + 0,909 \sin nt)$	92,0
	$\pi/2$	$M(1,1057 \cos nt - 0,00012 \sin nt)$	122,1
238,5 cm ( $p_1 = 2,5$ )	0	$M(-0,6377 \cos nt - 0,5990 \sin nt)$	76,3
	$\pi$	$M(-0,6377 \cos nt + 0,5990 \sin nt)$	76,3
	$\pi/2$	$M(1,1632 \cos nt - 0,00018 \sin nt)$	135,5
286,2 cm ( $p_1 = 3$ )	0	$M(-0,8160 \cos nt - 0,1422 \cos nt)$	68,6
	$\pi$	$M(-0,8160 \cos nt + 0,1418 \cos nt)$	68,6
	$\pi/2$	$M(1,1738 \cos nt - 0,00014 \sin nt)$	138,0

Die Abhängigkeit der mittleren elektrischen Energie von  $r$  bez.  $p_1$  ist, wie in den früheren Beispielen, in folgendem Kurven-  
diagramm (Fig. 3) dargestellt.

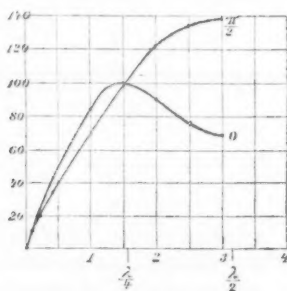


Fig. 3.

Eisendraht vom Radius 2 cm.

Es sei jetzt

$$\underline{n = 2\pi \cdot 7,82 \cdot 10^8}, \quad \text{also} \quad \lambda = 384 \text{ m.}$$

Da wie im vorigen Beispiel

$$\frac{\sigma}{c^2} = 10,8 \cdot 10^{-5}, \quad \mu_2 = 110$$

ist, so wird

$$k_1 = 0,0001637, \quad k_2 = (1 - i) 606,25$$

und an der Drahtoberfläche

$$p_1 = 0,0003274, \quad p_2 = (1 - i) 1212,5.$$

Für  $J_0'(p_2)/J_0(p_2)$ ,  $J_1'(p_2)/J_1(p_2)$  etc. kommen auch hier die abgekürzten Formeln (XVIII) in Anwendung.

Die zur Berechnung von  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  nötigen Besselschen Funktionen sind:

$$\begin{aligned} J_0(p_1) &= 1,0000, & J_0'(p_1) &= -1,637 \cdot 10^{-4}, \\ J_1(p_1) &= 1,637 \cdot 10^{-4}, & J_1'(p_1) &= 0,5000, \\ J_2(p_1) &= 1,34 \cdot 10^{-8}, & J_2'(p_1) &= 0,819 \cdot 10^{-4}, \\ K_0(p_1) &= 9,29475, & K_0'(p_1) &= -0,3060 \cdot 10^4, \\ K_1(p_1) &= 0,3060 \cdot 10^4, & K_1'(p_1) &= -9,35 \cdot 10^6, \\ K_2(p_1) &= 0,1873 \cdot 10^8, & K_2'(p_1) &= -0,1144 \cdot 10^{12}. \end{aligned}$$

Daraus berechnet sich nach Formel (IX):

$$\begin{aligned} a_0 &= -M(0,1071 + 0,00052 i), \\ a_1 &= M(0,892 - 9,78 i) \cdot 10^{-8}, \\ a_2 &= M(1,177 + 0,2165 i) \cdot 10^{-15}. \end{aligned}$$

Die Werte von  $\mathfrak{E}$  für verschiedene  $r$  sind, wie im Vorhergehenden berechnet und in Tab. 4 zusammengestellt.

Tabelle 4.

$r$	$\varphi$	$\mathfrak{E}$	$M^2 + L^2$
$r = \varrho = 2 \text{ cm}$ (Oberfläche) ( $p_1 = 0,0003274$ )	0	0	0
	$\pi$	0	0
	$\pi/2$	0	0
306 cm ( $p_1 = 0,05$ )	0	$M(0,542 \cos nt - 0,0473 \sin nt)$	29,6 %
	$\pi$	$M(0,542 \cos nt + 0,0517 \sin nt)$	29,7
	$\pi/2$	$M(0,543 \cos nt + 0,0022 \sin nt)$	29,4
612 cm ( $p_1 = 0,1$ )	0	$M(0,6111 \cos nt - 0,0980 \sin nt)$	38,3
	$\pi$	$M(0,611 \cos nt + 0,1017 \sin nt)$	38,4
	$\pi/2$	$M(0,616 \cos nt + 0,00185 \sin nt)$	38,0
1224 cm ( $p_1 = 0,2$ )	0	$M(0,6754 \cos nt - 0,1972 \sin nt)$	49,5
	$\pi$	$M(0,6754 \cos nt + 0,2001 \sin nt)$	49,6
	$\pi/2$	$M(0,6953 \cos nt + 0,00148 \sin nt)$	48,3

Tabelle 4 (Fortsetzung).

$r$	$\varphi$	$\mathfrak{E}$	$A^2 + B^2$
2448 cm ( $p_1 = 0,4$ )	0	$M(0,700 \cos nt - 0,3883 \sin nt)$	64,1 <sup>0/0</sup>
	$\pi$	$M(0,700 \cos nt + 0,3905 \sin nt)$	64,2
	$\pi/2$	$M(0,779 \cos nt + 0,0011 \sin nt)$	60,5
6120 cm ( $p_1 = 1$ )	0	$M(0,4606 \cos nt - 0,8410 \sin nt)$	91,8
	$\pi$	$M(0,4606 \cos nt + 0,8417 \sin nt)$	91,9
	$\pi/2$	$M(0,9201 \cos nt + 0,0004 \sin nt)$	84,5
9180 cm ( $p_1 = 1,5$ )	0	$M(0,07081 \cos nt - 0,9976 \sin nt)$	100,0
	$\pi$	$M(0,07081 \cos nt + 0,9976 \sin nt)$	100,0
	$\pi/2$	$M(0,99895 \cos nt)$	99,8
12240 cm ( $p_1 = 2$ )	0	$M(-0,359 \cos nt - 0,909 \sin nt)$	95,2
	$\pi$	$M(-0,359 \cos nt + 0,909 \sin nt)$	95,2
	$\pi/2$	$M(1,0586 \cos nt - 0,00028 \sin nt)$	112,0
15300 cm ( $p_1 = 2,5$ )	0	$M(-0,7109 \cos nt - 0,5994 \sin nt)$	86,2
	$\pi$	$M(-0,7109 \cos nt + 0,5986 \sin nt)$	86,1
	$\pi/2$	$M(1,0899 \cos nt - 0,00044 \sin nt)$	118,5
18360 cm ( $p_1 = 3$ )	0	$M(-0,8943 \cos nt - 0,1422 \sin nt)$	81,9
	$\pi$	$M(-0,8943 \cos nt + 0,1422 \sin nt)$	81,9
	$\pi/2$	$M(1,09625 \cos nt - 0,00046 \sin nt)$	120
24480 cm ( $p_1 = 4$ )	0	$M(0,6054 \cos nt + 0,7583 \sin nt)$	93,9
	$\pi$	$M(0,6054 \cos nt - 0,7587 \sin nt)$	94,0
	$\pi/2$	$M(1,0463 \cos nt - 0,0002 \sin nt)$	109,6
27540 cm ( $p_1 = 4,5$ )	0	$M(-0,2010 \cos nt + 0,9781 \sin nt)$	99,5
	$\pi$	$M(-0,2010 \cos nt - 0,9781 \sin nt)$	99,5
	$\pi/2$	$M(1,0069 \cos nt - 0,00003 \sin nt)$	101,4

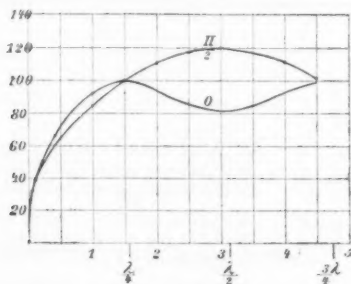


Fig. 4.

Der Verlauf der mittleren Energie mit  $p_1$  bez.  $r$  wird auch hier durch das vorhergehende Kurvendiagramm (Fig. 4) veranschaulicht.

## II. Kapitel.

Die Schwingungen der elektrischen Kraft erfolgen senkrecht zur Drahtachse.

Die Drahtachse sei parallel der  $z$ -Achse; die Fortpflanzungsrichtung der Wellen sei die negative  $x$ -Achse, wie im I. Kapitel.

Auch jetzt wird  $\mathfrak{H}$  und  $\mathfrak{E}$  von  $z$  unabhängig sein. Es verschwinden daher alle Differentialquotienten  $\partial/\partial z$ ; in der ursprünglichen Welle sind  $\mathfrak{H}_r$ ,  $\mathfrak{H}_\varphi$  und  $\mathfrak{E}_z$  gleich Null und selbstverständlich gilt dies auch in der Nähe des Drahtes. Wenn ferner für eine Komponente von  $\mathfrak{E}$  oder  $\mathfrak{H}$  der Differentialquotient nach der Zeit verschwindet, so muß diese Komponente ebenfalls verschwinden.

Die sechs auf Polarkoordinaten transformierten Hauptgleichungen (vgl. p. 747) vereinfachen sich daher folgendermaßen:

$$(XIX) \quad \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}_r}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E}_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial \varphi},$$

$$(XX) \quad \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}_\varphi}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E}_\varphi = - \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial r},$$

$$(XXI) \quad \frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial t} = - \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial r} \cdot \mathfrak{E}_\varphi + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathfrak{E}_r}{\partial \varphi}.$$

Wir führen nun eine Hilfsfunktion  $II$  durch folgende Gleichung ein<sup>1)</sup>:

$$(XXII) \quad \mathfrak{H}_z = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial^2 II}{\partial \varphi \partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \frac{\partial II}{\partial \varphi}.$$

Wir können dann die Ausdrücke (XIX) und (XX) symbolisch folgendermaßen anschreiben:

$$(XIX') \quad \left( \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \right) \mathfrak{E}_r = \frac{1}{r} \left( \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \right) \frac{\partial^2 II}{\partial \varphi^2},$$

$$(XX') \quad \left( \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \right) \mathfrak{E}_\varphi = - \left( \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \right) \frac{\partial^2 II}{\partial \varphi \partial r}$$

und daraus folgt:

$$(XXIII) \quad \mathfrak{E}_r = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 II}{\partial \varphi^2},$$

$$(XXIV) \quad \mathfrak{E}_\varphi = - \frac{\partial^2 II}{\partial \varphi \partial r}.$$

1) Ähnlich verfährt Sommerfeld in oben genannter Arbeit.

Setzen wir (XXII), (XXIII), (XXIV) in (XXI) ein, so erhalten wir:

$$(XXI) \quad \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^3 \Pi}{\partial t^2 \partial \varphi} + \frac{4 \pi \sigma \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial t \partial \varphi} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial^2 \Pi}{\partial r \partial \varphi} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \varphi^2} \\ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial t^2} + \frac{4 \pi \sigma \mu}{c^2} \frac{\partial \Pi}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Pi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \varphi^2} \right)$$

und daher auch

$$(XXV) \quad \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^3 \Pi}{\partial t^2} + \frac{4 \pi \sigma \mu}{c^2} \frac{\partial \Pi}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial \Pi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \varphi^2}.$$

Setzen wir

$$\Pi = w e^{i n t},$$

so erhalten wir

$$\left( -\frac{\varepsilon \mu}{c^2} n^2 + \frac{4 \pi \sigma \mu i n}{c^2} \right) w = \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}.$$

Ebenso wie im I. Kapitel können wir im Drahte selbst  $(\varepsilon \mu / c^2) n^2$  vernachlässigen, und umgekehrt wird im Außenraum

$$\frac{4 \pi \sigma \mu i n}{c^2} = 0.$$

In der dort gebrauchten Bezeichnungsweise können wir schreiben, indem wir noch setzen  $w = P_m \sin m \varphi$ :

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P_m}{\partial r} + \left( k^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) P_m = 0,$$

d. i. eine Gleichung, die durch Besselsche Funktionen integriert wird. Setzen wir

$$w_1 = \frac{c}{i n \varepsilon_1} \left( \sum \frac{a_m}{m} K_m(k_1 r) \sin m \varphi + \sum \frac{a'_m}{m} J_m(k_1 r) \sin m \varphi \right),$$

$$w_2 = \frac{c}{4 \pi \sigma} \sum \frac{b_m}{m} J_m(k_2 r) \sin(m \varphi) \quad (\text{vgl. p. 749}).$$

Nach (XXII) ist dann

$$(XXII) \quad \left\{ \begin{aligned} \Phi_1 &= \frac{\varepsilon_1}{c} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \varphi \partial t} \\ &= e^{i n t} \left[ \sum_0^\infty a_m K_m(k_1 r) \cos m \varphi + \sum_0^\infty a'_m J_m(k_1 r) \cos m \varphi \right]. \end{aligned} \right.$$

Damit die Bedingung

$$(\Phi_\infty) = e^{i(n t + k_1 r \cos \varphi)}$$

erfüllt wird, setzen wir

$$\sum_0^\infty a'_m J_m(k_1 r) \cos m \varphi = \left( M J_0 + 2 M \sum_1^\infty i^m J_m \cos m \varphi \right) e^{i n t} \\ = M e^{i(n t + k_1 r \cos \varphi)}.$$



Ferner ist nach (XXII):

$$(XXII'') \quad \Phi_2 = \frac{4\pi\sigma}{c} \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = \sum_0^{\infty} b_m J_m(k_2 r) \cos m\varphi e^{in t},$$

nach (XXIII) ist:

$$(XXIII') \quad \left\{ \begin{aligned} (\mathfrak{E}_r)_1 &= \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \varphi^2} = \frac{1}{r} e^{in t} \frac{\partial^2 w_1}{\partial \varphi^2} \\ &= -\frac{1}{r} e^{in t} \frac{c}{in \varepsilon_1} \left( \sum_0^{\infty} a_m m K_m(k_1 r) \sin m\varphi \right. \\ &\quad \left. + M i k_1 r \sin \varphi e^{i k_1 r \cos \varphi} \right). \end{aligned} \right.$$

Aus (XXIV) folgt

$$(XXIV') \quad \left\{ \begin{aligned} (\mathfrak{E}_\varphi)_1 &= -\frac{\partial^2 \Pi_1}{\partial \varphi \partial r} = -e^{in t} \frac{\partial^2 w_1}{\partial \varphi \partial r} \\ &= -e^{in t} \cdot \frac{c}{in \varepsilon_1} \left[ \sum_0^{\infty} a_m \cos(m\varphi) \frac{\partial K_m(k_1 r)}{\partial r} + M \frac{\partial e^{i k_1 r \cos \varphi}}{\partial r} \right] \\ &= -e^{in t} \cdot \frac{c}{in \varepsilon_1} \left[ \sum_0^{\infty} a_m \cos(m\varphi) k_1 K'_m(k_1 r) + M k_1 J'_0(k_1 r) \right. \\ &\quad \left. + M 2 \cdot \sum_0^{\infty} (i^m k_1 J'_m(k_1 r) \cos m\varphi) \right], \\ (\mathfrak{E}_\varphi)_2 &= -\frac{\partial^2 \Pi_2}{\partial \varphi \partial r} = -\frac{e^{in t} c}{4\pi\sigma} \sum_0^{\infty} b_m \cos(m\varphi) k_2 J'_m(k_2 r). \end{aligned} \right.$$

Die an der Oberfläche des Drahtes zu erfüllenden Grenzbedingungen sind:

$$(XXVI) \quad \Phi_1 = \Phi_2,$$

$$(XXVII) \quad (\mathfrak{E}_\varphi)_1 = (\mathfrak{E}_\varphi)_2.$$

Daraus folgen die Reihen von Gleichungen<sup>1)</sup>:

$$\begin{aligned} b_0 J_0(p_2) - a_0 K_0(p_1) &= M J_0(p_1), \\ b_1 J_1(p_2) - a_1 K_1(p_1) &= 2 i M J_1(p_1), \\ b_2 J_2(p_2) - a_2 K_2(p_1) &= -2 M J_2(p_1), \\ b_3 J_3(p_2) - a_3 K_3(p_1) &= -2 i M J_3(p_1); \\ \frac{b_0 k_2 c}{4\pi\sigma} J'_0(p_2) - \frac{a_0 c k_1}{in \varepsilon_1} K'_0(p_1) &= \frac{M k_1 c}{in \varepsilon_1} J'_0(p_1), \\ \frac{b_1 k_2 c}{4\pi\sigma} J'_1(p_2) - \frac{a_1 c k_1}{in \varepsilon_1} K'_1(p_1) &= \frac{2 i M k_1 c}{in \varepsilon_1} J'_1(p_1), \\ \frac{b_2 k_2 c}{4\pi\sigma} J'_2(p_2) - \frac{a_2 c k_1}{in \varepsilon_1} K'_2(p_1) &= -\frac{2 M k_1 c}{in \varepsilon_1} J'_2(p_1), \\ \frac{b_3 k_2 c}{4\pi\sigma} J'_3(p_2) - \frac{a_3 c k_1}{in \varepsilon_1} K'_3(p_1) &= -\frac{2 i M k_1 c}{in \varepsilon_1} J'_3(p_1). \end{aligned}$$

1) Für  $r k_1$  ist wieder  $p_1$  und für  $r k_2$  ist  $p_2$  geschrieben.

Aus diesen Gleichungen lassen sich die Werte von  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  und  $a_3$  berechnen.

Es ist die Rechnung durchgeführt für den im I. Kapitel behandelten Kupferdraht von 0,1 cm Radius bei einer Schwingungszahl  $10^9$  pro Sekunde; die betreffenden Daten finden sich p. 753—754.

Die Rechnung ergibt:

$$a_0 = -M(0,0002195 + 0,00000046i),$$

$$a_1 = iM0,000435,$$

$$a_2 = -M \cdot 2,42 \cdot 10^{-8},$$

$$a_3 = -iM \cdot 4,37 \cdot 10^{-13}.$$

Da  $k_1 = n/c$ , so wird

$$(XXIV') (\mathcal{E}_\varphi)_1 = i e^{i n t} [\sum a_m \cos m \varphi \cdot K'_m(p_1) + M i \cos \varphi e^{i k_1 r \cos \varphi}].$$

An der Drahtoberfläche, d. i. für  $r = \varrho = 0,1$  cm bez.  $p_1 = 0,02095$  wird:

für  $\varphi = 0$

$$\begin{aligned} (\mathcal{E}_\varphi)_1 &= (i \cos n t - \sin n t) M [0,0002195 \cdot 47,79 \\ &\quad - i \cdot 0,000435 \cdot 2276,1 + 2,42 \cdot 10^{-8} \cdot 4,35 \cdot 10^5 \\ &\quad + i 4,37 \cdot 10^{-13} \cdot 1,25 \cdot 10^8 - \dots + i 0,99978 - 0,02098], \\ &= M [(-0,01047 - 0,01052 + 0,02098) \sin n t \\ &\quad + (0,99985 - 5,46 \cdot 10^{-5} - 0,99978) \cos n t] \\ &= 0; \end{aligned}$$

für  $\varphi = \pi$

$$\begin{aligned} (\mathcal{E}_\varphi)_1 &= (i \cos n t - \sin n t) M [0,0002195 \cdot 47,79 \\ &\quad + i \cdot 0,000435 \cdot 2276,1 + 2,42 \cdot 10^{-8} \cdot 4,35 \cdot 10^5 \\ &\quad - i 4,37 \cdot 10^{-13} \cdot 1,25 \cdot 10^8 - \dots - i 0,99978 - 0,02098], \\ &= 0; \end{aligned}$$

für  $\varphi = + \frac{\pi}{2}$  und  $\varphi = - \frac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\varphi_1} &= (i \cos n t - \sin n t) M [0,0002195 \cdot 47,79 \\ &\quad - 2,42 \cdot 10^{-8} \cdot 4,35 \cdot 10^5 \dots] = 0. \end{aligned}$$

Nach (XXIV') ist:

$$(\mathfrak{E}_r)_1 = + \frac{i}{\varrho} \frac{e^{i n t}}{k_1} \left( \sum_0^{\infty} a_m m K_m(p_1) \sin m \varphi \right) + M i k_1 \varrho \sin \varphi e^{i p_1 \cos \varphi},$$

für  $\varphi = 0$  und  $\varphi = \pi$  ist:

$$\mathfrak{E}_r = 0,$$

für  $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$  ist:

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_r &= \pm \frac{M}{0,02095} (i \cos n t - \sin n t) [i 0,000 435 \cdot 47,8 \\ &\quad + i \cdot 4,37 \cdot 10^{-13} \cdot 3 \cdot 8,7 \cdot 10^5 - \dots + i 0,2095], \\ &= \mp M 1,992 \cos n t, \end{aligned}$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \mathfrak{E}_r^2 dt = \frac{M^2}{2} 3,96.$$

Im folgenden seien noch die Werte von  $\mathfrak{E}_\varphi$  und  $\mathfrak{E}_r$  für  $r = 0,478$ , d. i.  $p_1 = 0,1$ , angegeben.

$$\varphi = 0,$$

$$\mathfrak{E}_\varphi = M(0,0966 \sin n t - 0,9532 \cos n t), \quad \mathfrak{E}_r = 0,$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \mathfrak{E}_\varphi^2 dt = \frac{M^2}{2} 0,916, \text{ d. i. } 91,6 \text{ Proz.}; \quad \frac{1}{T} \int_0^T \mathfrak{E}_r^2 dt = 0;$$

$$\varphi = \pi,$$

$$\mathfrak{E}_\varphi = M(0,0966 \sin n t + 0,9532 \cos n t), \quad \mathfrak{E}_r = 0,$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \mathfrak{E}_\varphi^2 dt = \frac{M^2}{2} 0,916, \text{ d. i. } 91,6 \text{ Proz.}; \quad \frac{1}{T} \int_0^T \mathfrak{E}_r^2 dt = 0;$$

$$\varphi = \pm \frac{\pi}{2},$$

$$\mathfrak{E}_\varphi = - M 0,00125 \sin n t,$$

$$\mathfrak{E}_r = \mp M 1,0444 \cos n t,$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \mathfrak{E}_\varphi^2 dt = \frac{M^2}{2} 0,000 0015$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \mathfrak{E}_r^2 dt = \frac{M^2}{2} 1,09, \\ \text{d. i. } 109 \text{ Proz.}$$

Die Wirkung des Drahtes *verschwindet demnach schon in ganz geringer Entfernung*, was man ohne weitere Rechnung aus den

Werten von  $a_0, a_1, a_2, a_3$  und den Reihen, welche  $\mathcal{E}_r$  und  $\mathcal{E}_\varphi$  darstellen, erkennen kann.

#### Zusammenfassung der Resultate.

##### 1. Drahtachse parallel der elektrischen Kraft.

Der Mittelwert von  $\mathcal{E}^2$  verschwindet auf der Oberfläche des Drahtes in allen berechneten Beispielen, mit Ausnahme des Platindrahtes von 0,0002 cm Radius, wo er nur auf 38,5 Proz. des ursprünglichen Wertes reduziert ist.

Der Mittelwert von  $\mathcal{E}^2$  verändert sich mit wachsendem Abstand vom Draht in allen untersuchten Fällen, abgesehen von dem äußerst dünnen Platindraht, in ähnlicher Weise. In quantitativer Beziehung bestehen freilich bedeutende Unterschiede. Der Verlauf von  $\mathcal{E}^2$  mit  $r$  ist am besten aus den Kurven zu ersehen. Die Wirkung des Drahtes erstreckt sich auf Abstände von mehreren Wellenlängen.

Der Mittelwert von  $\mathcal{E}^2$  ist für  $\varphi = 0$  und  $\varphi = \pi$ , d. i. vor und hinter dem Drahte, gesehen in der Richtung der fortschreitenden Welle, nahezu derselbe, für  $\varphi = \pm \pi/2$ , d. i. auf beiden Seiten, ein hiervon ganz abweichender. Auch in dieser Beziehung zeigt der dünne Platindraht eine etwas andere Wirkung.

##### 2. Drahtachse parallel der magnetischen Kraft, also senkrecht zur elektrischen Kraft.

An der Oberfläche des Drahtes (Kupferdraht von 1 mm Radius) ist für  $\varphi = 0$  und  $\varphi = \pi$  die Radial- und die Tangentialkomponente der elektrischen Kraft gleich Null, während für  $\varphi = \pm \pi/2$  die Radialkomponente sogar verstärkt, die Tangentialkomponente ebenfalls verschwindend klein ist. Es werden also hier durch den Draht die elektrischen Kraftlinien konzentriert.

Schon in sehr kleiner Entfernung von der Oberfläche erlischt die Wirkung des Drahtes auf die Wellen.

Würzburg, Physik. Inst., Januar 1905.

(Eingegangen 26. Januar 1905.)

**9. Zu der Abhandlung  
des Hrn. G. N. St. Schmidt<sup>1)</sup>: „Über den Einfluß  
der Temperatur und des Druckes auf die Ab-  
sorption und Diffusion des Wasserstoffs durch  
Palladium“; von A. Winkelmann.**

1. In der oben zitierten Arbeit kommt Hr. Schmidt zu dem Resultat, daß die diffundierte Gasmenge annähernd proportional dem wirksamen Drucke (d. h. der Druckdifferenz auf beiden Seiten der Palladiumwand) ist, wenn diese Differenz zwischen 200 und 300 mm liegt, daß aber eine bedeutende Abweichung von der Proportionalität eintritt, wenn der wirksame Druck nur 150 mm beträgt. Da Hr. Schmidt für dieses abweichende Verhalten bei 150 mm Druck eine ausreichende Erklärung meines Erachtens nicht gibt, habe ich die Beobachtungen und Resultate des Hrn. Verfassers näher untersucht und bin dabei zu folgenden Ergebnissen gelangt.

2. Die lineare Änderung der diffundierten Menge mit dem Druck schließt Hr. Schmidt aus einer graphischen Darstellung (Fig. 6, p. 767), in der auf der  $x$ -Achse die verschiedenen Drucke, auf der  $y$ -Achse die zur Diffusion von 0,4005 ccm nötigen Zeiten aufgetragen sind. Es werden zwei Kurven dargestellt, von denen die eine bei 300° C., die andere bei 230° C. gefunden wurde. Von diesen Kurven sagt Hr. Schmidt:<sup>2)</sup> „Sie scheinen auch zweiten Grades zu sein. Betrachtet man aber nur die bei den drei höchsten Drucken gefundenen Werte, so sieht man, daß diese ziemlich linear verlaufen. Die vierten bei dem niedrigsten Druck gefundenen weichen bedeutend ab.“ Die wirksamen Drucke, für welche die Zeiten beobachtet und in Fig. 6 dargestellt wurden, sind 300, 250, 200, 150 mm. Die drei Werte für 300, 250, 200 mm Druck verlaufen nach Hrn. Schmidt ziemlich linear, der Wert für 150 mm Druck weicht aber bedeutend ab. Zu dieser Abweichung bemerkt

1) G. N. St. Schmidt, Ann. d. Phys. 13. p. 747. 1904.

2) l. c. p. 767.

Hr. Schmidt: „Nun stellen sich aber bei der Diffusion ebenso wie bei der Absorption von  $140^{\circ}$  C. abwärts Unregelmäßigkeiten ein, oder vielmehr unter  $140^{\circ}$  C. erfolgt überhaupt keine Diffusion mehr, und schon bei den nächst höheren Temperaturen treten Verlangsamungen ein, die Diffusionsgeschwindigkeiten verringern sich. Die maßgebenden Resultate sind demnach die drei ersten und diese sprechen für eine lineare Änderung der diffundierten Menge mit dem Druck.“

Es ist mir nicht verständlich, in welchem Zusammenhange diese Ausführungen mit der vorher erwähnten Abweichung stehen. Denn die einzelne Kurve in Fig. 6 bezieht sich in ihrer ganzen Ausdehnung auf die *gleiche* Temperatur; die Kurve I auf  $300^{\circ}$ , die Kurve II auf  $230^{\circ}$ . Wenn nun die Werte für 150 mm Druck bedeutend abweichen von den Werten für Drucke, die das Intervall von 300 bis 200 mm umfassen, so kann dies nicht darin begründet sein, daß sich von  $140^{\circ}$  abwärts Unregelmäßigkeiten zeigen; denn die Temperatur ändert sich ja, wie schon bemerkt, auf einer Kurve in Fig. 6 gar nicht.

3. Aber selbst, wenn die Kurven in Fig. 6 bei den drei höchsten Drucken gerade Linien darstellen, so folgt daraus nicht eine lineare Änderung der diffundierten Menge mit dem Druck. Da in der Fig. 6 auf der  $x$ -Achse die verschiedenen Drucke, auf der  $y$ -Achse die zur Diffusion von 0,4005 ccm nötigen Zeiten aufgetragen sind, so erhält man, wenn die Zeit mit  $\tau$ , die wirksame Druckdifferenz mit  $x$  bezeichnet wird, für den Fall der supponierten geraden Linie

$$(1) \quad \tau = A + Bx,$$

wo  $A$  und  $B$  Konstanten darstellen.

Wenn man aber von diffundierten Mengen in ihrer Abhängigkeit vom Druck etwas aussagt, so versteht man darunter diejenigen Mengen, welche unter sonst gleichen Umständen (bei gleicher Temperatur in der gleichen Zeit) diffundieren. Diese Mengen sind umgekehrt proportional den oben angegebenen Zeiten  $\tau$ . Bezeichnet man deshalb die pro Sekunde diffundierte Menge (in Kubikzentimeter ausgedrückt) mit  $v$ , so ist, wenn die von Hrn. Schmidt angegebene Größe 0,4005 ccm für die verschiedenen  $x$  unter demselben Drucke steht,

$$v = \frac{0,4005}{\tau},$$

und damit wird Gleichung (1)

$$(2) \quad v = \frac{0,4005}{A + Bx}.$$

Die diffundierte Menge  $v$  ändert sich also unter Voraussetzung einer geraden Linie in Fig. 6 nicht linear mit dem Druck. Es möge noch hinzugefügt werden, daß die aus (1) abgeleitete Gleichung (2) nicht der Forderung entspricht, daß die diffundierte Menge  $v$  zu Null wird, wenn der treibende Druck  $x$  verschwindet.

4. Wenn die Behauptung des Hrn. Schmidt, daß eine lineare Änderung der diffundierten Mengen mit dem Druck eintritt, richtig ist, so muß

$$v = a + bx$$

sein, wo  $v$  und  $x$  die gleiche Bedeutung wie früher haben. Da ferner  $x$  und  $v$  gleichzeitig verschwinden müssen, so wird

$$(3) \quad v = bx,$$

und weil

$$v = \frac{0,4005}{\tau},$$

so wird

$$\frac{0,4005}{\tau} = b \cdot x$$

oder

$$(3a) \quad \tau \cdot x = \text{Const.}$$

Wie weit diese Bedingung erfüllt wird, ergibt folgende Zusammenstellung, entsprechend den Tab. XXII bis XXVII des Hrn. Schmidt.

Nr. der Tabelle	Temp. C. °		Druckdifferenz $x$			
			300 mm	250 mm	200 mm	150 mm
XXII	300	$\tau$ (sec)	10	14,2	20	30
		$\tau \cdot x$	3000	3550	4000	4500
XXIII	300	$\tau$	10,1	13	19	26
		$\tau \cdot x$	3030	3250	3800	3900
XXIV	290	$\tau$	11,1	14,8	20,6	29
		$\tau \cdot x$	3330	3700	4120	4350
XXV	222	$\tau$	18	25	33	52,5
		$\tau \cdot x$	5400	6250	6600	7875
XXVI	218	$\tau$	20	27	37,5	52,5
		$\tau \cdot x$	6000	6750	7500	7875
XXVII	215	$\tau$	20,6	31	37,5	65
		$\tau \cdot x$	6180	7750	7500	9750

Wie die vorstehenden Zahlen zeigen, wächst in jeder Horizontalreihe das Produkt  $\tau \cdot x$  mit abnehmendem  $x$  ganz bedeutend, auch wenn man den letzten Wert, der sich auf die Druckdifferenz von 150 mm bezieht, nicht berücksichtigt. Hieraus geht hervor, daß die Gleichung (3a) bez. (3) nicht erfüllt wird.

5. Sieht man von der notwendig zu erfüllenden Forderung ab, daß  $v$  gleichzeitig mit  $x$  verschwindet, so kann man allerdings die Beobachtungen für 300, 250 und 200 mm Druckdifferenz durch die lineare Beziehung

$$v = a + b x$$

annähernd erfüllen. Die Werte für 300 und 200 mm Druckdifferenz aus der Tab. XXII des Hrn. Schmidt liefern die Beziehung

$$(4) \quad \frac{1}{\tau} = -0,05 + 0,0005 \cdot x.$$

Hiermit wird

Druckdifferenz $x$	Zeit $\tau$	
	beobachtet	berechnet
300 mm	10	10
250 „	14,2	13,8
200 „	20	20
150 „	30	40

Nur der letzte Wert für 150 mm weicht bedeutend ab. Die letzte Gleichung (4) liefert bei  $x=100$  für  $\tau$  den Wert  $\infty$ , d. h. bei einer Druckdifferenz von 100 mm würde bei 300° C. keine Diffusion stattfinden, ein Resultat, das unzulässig erscheint.

6. Hr. Schmidt gibt an, daß in Fig. 6 auf der  $y$ -Achse die zur Diffusion von 0,4005 ccm nötige Zeit aufgetragen sei. Die pro Zeiteinheit diffundierten Mengen sind den angegebenen Zeiten *unmittelbar* umgekehrt proportional, wenn die diffundierten 0,4005 ccm unter gleichem Drucke stehen. Ich habe dies bisher vorausgesetzt, da bei der Charakterisierung der Kurven in Fig. 6 über den Druck, unter dem die diffundierten 0,4005 ccm stehen, nichts Näheres angegeben ist. Diese Voraus-



setzung ist aber sehr wahrscheinlich unzulässig; vielmehr ist nach der beschriebenen Versuchsanordnung anzunehmen, daß, wenn die Druckdifferenz  $x$  ist, die diffundierten 0,4005 ccm unter dem Drucke von  $(D - x)$  oder von  $(D + x)$  stehen, wo  $D$  den äußeren Luftdruck angibt. Unter dieser Annahme erhält man folgende Beziehung. Bezeichnet wieder  $\tau$  die vom Verfasser angegebene Zeit, in der das Volumen 0,4005 cm, welches unter dem Drucke von  $(D \mp x)$  steht, diffundiert, so erhält man, wenn die diffundierte Menge proportional der wirk-samen Druckdifferenz  $x$  ist,

$$(5) \quad 0,4005 (D \mp x) = x \cdot \tau \cdot A,$$

wo  $A$  eine Konstante bezeichnet.

Die pro Zeiteinheit diffundierte Menge ist also proportional

$$\frac{(D \mp x)}{\tau}.$$

Diese Größe hätte man in Fig. 6 auf der  $y$ -Achse auftragen müssen, wenn man auf graphischem Wege die Beziehung zwischen den diffundierten Mengen und der Druckdifferenz  $x$  auf der  $x$ -Achse zur Anschauung bringen wollte.

Aus (5) ergibt sich

$$(5a) \quad \frac{x \cdot \tau}{(D \mp x)} = \text{Const.}$$

Wenn diese Gleichung befriedigt wird, so folgt daraus, daß die diffundierte Menge proportional der wirk-samen Druck-differenz ist.

7. Es fragt sich nun, ob die diffundierte Menge 0,4005 ccm unter dem Drucke  $(D - x)$  oder  $(D + x)$  steht, wenn die wirk-same Druckdifferenz  $x$  ist. Aus der zitierten Abhandlung in diesen Annalen läßt sich dies nicht entscheiden; in der Disser-tation (Bonn 1903) ist aber p. 32 angegeben, daß während der Diffusion das Quecksilber in der Röhre  $D$  (Fig. 4, p. 756 dieser Annalen) steigt. Hieraus folgt, daß der Wasserstoff nach außen diffundiert und daß deshalb im Innern des Apparates ein Überdruck herrschen muß. Da der äußere Druck gleich  $D$  ist, so folgt also der innere Druck gleich  $(D + x)$ .

Berechnet man nun den Wert von  $x \cdot \tau / (D + x)$  für die erste Versuchsreihe (Tab. XXII), so erhält man folgendes Resultat:

	Druckdifferenz $x$			
	300 mm	250 mm	200 mm	150 mm
$\frac{x \cdot \tau}{(D+x)}$	2,86	3,56	4,22	5,02

Die Werte von  $x \cdot \tau / (D+x)$ , die konstant sein sollten, wenn die Diffusion proportional der wirksamen Druckdifferenz  $x$  vor sich geht, wachsen nach der obigen Tabelle ganz bedeutend, wenn  $x$  abnimmt; eine Ausnahmestellung für 150 mm ist nicht vorhanden. Eine so starke Abweichung von der Proportionalität, wie die obigen Werte aufweisen, halte ich für wenig wahrscheinlich.

Es erscheint aber nicht ausgeschlossen, daß bei den Versuchen im Innern des Apparates der Druck nicht  $(D+x)$  sondern  $(D-x)$  war, trotz der obigen Angabe in der Dissertation.<sup>1)</sup> Berechnet man den Wert  $x \cdot \tau / (D-x)$  für die Tab. XXII bis XXVII, so erhält man folgende Resultate.

1) Der Verfasser ließ, wie aus der Dissertation (p. 30) hervorgeht, sowohl von innen nach außen, als auch von außen nach innen diffundieren. Diffundiert der Wasserstoff von außen nach innen [im Innern ist dann der Druck  $(D-x)$ ], so muß das Quecksilber in der Röhre  $F$  steigen. Es würde also die Annahme eines Druckfehlers —  $F$  statt  $D$  — auf p. 32 genügen, um den inneren Druck gleich  $(D-x)$  zu erhalten. Ich darf bei dieser Gelegenheit bemerken, daß in der Arbeit mehrfach Druckfehler in der Buchstabenbezeichnung vorkommen; so muß es p. 750 dieser Annalen, Gleichung (1) heißen:

$$d = \frac{v \cdot D}{V} \quad \text{statt} \quad d = \frac{V}{v} \cdot D.$$

In der dritten Zeile von unten p. 750 muß es heißen:

Druck  $X$  statt Druck  $E$ .

Die erste der Gleichungen (3) p. 750 muß heißen:

$$\frac{d-X}{X} = \frac{y}{V} \quad \text{statt} \quad \frac{d-X}{d} = \frac{y}{V}.$$

Dieselben Druckfehler finden sich auch in der Dissertation.

Es spricht aber folgender Umstand direkt dafür, daß die Diffusion bei den Versuchen der Tab. XXII bis XXVII von außen nach innen vor sich ging. In den Tabellen sind die Teilstriche angegeben, welche das abgeschlossene Quecksilber passierte, wenn die Diffusion stattfand; man findet in den Tab. XXII bis XXVII *abnehmende* Zahlen mit wachsender Zeit; z. B. in der Tab. XXII (p. 762 dieser Annalen) die Teilstriche

Nr. der Tabelle	Luftdruck $D$ in mm		Druckdifferenz $x$			
			300 mm	250 mm	200 mm	150 mm
XXII	747,4	$\tau$ sec $\tau \cdot x$ $(D - x)$	10 6,71	14,2 7,13	20 7,39	30 7,53
XXIII	762	$\tau$ sec $\tau \cdot x$ $(D - x)$	10,1 6,56	13 6,35	19 6,76	26 6,37
XXIV	764	$\tau$ sec $\tau \cdot x$ $(D - x)$	11,1 7,18	14,8 7,20	20,6 7,30	29 7,08
XXV	742,3	$\tau$ sec $\tau \cdot x$ $(D - x)$	18,0 12,2	25 12,7	33 12,2	25,5 13,2
XXVI	762	$\tau$ sec $\tau \cdot x$ $(D - x)$	20 13,0	27 13,2	27,5 13,3	32,5 12,9
XXVII	764,6	$\tau$ sec $\tau \cdot x$ $(D - x)$	20,6 13,3	31 15,0	27,5 13,3	65 15,9

Vergleicht man die Werte von  $\tau \cdot x / (D - x)$  in den einzelnen Horizontalreihen, so findet man ein verschiedenes Verhalten. Die Reihen Nr. XXII, XXV, XXVII zeigen für die Druckdifferenz von 150 mm ein Maximum von  $\tau \cdot x / (D - x)$ ,

39–33 cm für die Zeit von 1 Min. In der Dissertation sind p. 28 zwei Versuchsreihen angegeben, bei denen der Wasserstoff aus dem Apparate heraus diffundirte, und zwar ist hier eine Verwechselung unmöglich, weil nur im Innern des Apparates sich Wasserstoff befand. Diese beiden Versuchsreihen enthalten gleichfalls die Teilstriche, welche das Quecksilber während der Diffusion passierte; hier findet man *wachsende* Teilstriche; z. B. in Tab. XV, p. 28, die Teilstriche 13–15 cm für die Zeit von 6 Min. 1 Sek. Darf man voraussetzen, daß die Ablesungen in allen Versuchsreihen auf dieselbe Quecksilberkuppe sich beziehen und an der gleichen Skala gemacht sind, so folgt, daß bei den beiden Versuchsgruppen die Diffusionsrichtung entgegengesetzt war, daß also bei den zuerst besprochenen Versuchen (Tab. XXII bis XXVII dieser Annalen) die Diffusion von außen nach innen vor sich ging, somit der Druck im Innern ( $D - x$ ) war.

die übrigen drei Reihen zeigen dies nicht. Die erhebliche Ausnahmestellung<sup>1)</sup>, welche Hr. Schmidt aus seinen Beobachtungen für die kleinste Druckdifferenz (150 mm) glaubte ableiten zu können, ist also hier nicht vorhanden. Noch deutlicher wird dies, wenn man in jeder Horizontalreihe den Mittelwert von  $r \cdot x / (D - x)$  bildet und damit die Einzelwerte vergleicht; man erhält dann:

Nr. der Tabelle			Druckdifferenz $x$			
			300 mm	250 mm	200 mm	150 mm
XXII	{	beob.	6,71	7,13	7,39	7,53
		Mittel	7,19			
		beob.-Mittel	- 0,48	- 0,06	+ 0,20	+ 0,84
XXIII	{	beob.	6,56	6,85	6,76	6,87
		Mittel	6,51			
		beob.-Mittel	+ 0,05	- 0,16	+ 0,25	- 0,14
XXIV	{	beob.	7,18	7,20	7,30	7,08
		Mittel	7,19			
		beob.-Mittel	- 0,01	+ 0,01	+ 0,11	- 0,11
XXV	{	$r \cdot x$ ( $D - x$ ) beob.	12,2	12,7	12,2	13,2
		Mittel	12,6			
		beob.-Mittel	- 0,4	+ 0,1	- 0,4	+ 0,6
XXVI	{	beob.	13,0	13,2	13,3	12,9
		Mittel	13,1			
		beob.-Mittel	- 0,1	+ 0,1	+ 0,2	- 0,2
XXVII	{	beob.	13,3	15,1	13,3	15,9
		Mittel	14,4			
		beob.-Mittel	- 1,1	+ 0,7	- 1,1	+ 1,5

Die Vorzeichen der Differenzen sind in den verschiedenen Horizontalreihen verschieden verteilt und mit Ausnahme der letzten Reihe XXVII halten sich die Differenzen auch in mäßigen Grenzen. Man darf deshalb unter der Voraussetzung,

1) Diese Ausnahmestellung, welche mir sehr merkwürdig erschien, war, wie schon früher bemerkt, die Ursache, weshalb die Beobachtungen genauer diskutiert wurden.

daß der Druck im Innern des Apparates ( $D - x$ ) sei, schließen, daß innerhalb des ganzen Druckbereiches der Beobachtungen die diffundierte Menge so nahe proportional der wirksamen Druckdifferenz ist, daß etwaige Abweichungen von der Proportionalität durch Beobachtungsfehler verdeckt werden.

Ich möchte hier schließlich ausdrücklich betonen, daß ich die oben vertretene Auffassung — bei der wirksamen Druckdifferenz  $x$  sei der Druck des Gases im Innern des Apparates gleich ( $D - x$ ) und nicht ( $D + x$ ) — nicht für erwiesen, sondern nur für wahrscheinlich halte. Diese Wahrscheinlichkeit gründet sich einmal auf die in der Anmerkung gegebenen Bemerkungen, und dann darauf, daß bei der genannten Auffassung die diffundierte Menge eine so einfache Abhängigkeit vom wirksamen Druck zeigt. Es wäre ein merkwürdiger Zufall, daß die Versuche diese einfache Beziehung zeigen, trotzdem der Druck in dem Innern des Apparates ein anderer war, als in der Rechnung vorausgesetzt ist.

8. Am Schluß seiner Arbeit beschäftigt sich Hr. Schmidt mit dem Ergebnis meiner früheren Versuche bei glühendem Palladium und glühendem Platin, nach welchen die diffundierten Gasmengen nicht proportional dem Drucke sind, sondern mit abnehmendem Drucke größer werden, als sie unter Annahme der Proportionalität sein sollten. Dieses Verhalten gab Veranlassung der Frage näher zu treten, ob die Annahme einer Dissoziation des Wasserstoffs die Möglichkeit bietet, die Versuchsergebnisse genügend darzustellen. Dies war der Fall und ich stellte es deshalb als sehr wahrscheinlich hin, daß durch die glühenden Metalle Palladium und Platin bei den von mir verwendeten Temperaturen (Messungen über diese Temperaturen sind nicht gemacht) nur die Atome, nicht aber die Moleküle des Wasserstoffs hindurchgehen. Demgegenüber betont Hr. Schmidt nach dem Vorgange von Hrn. H. Kayser<sup>1)</sup>, daß bei der Diffusion der treibende Druck von der Differenz der auf beiden Seiten des durchlässigen Körpers adsorbierten Gasmengen abhängig sei und daß die diffundierenden Mengen dieser Differenz proportional seien. Dann heißt es weiter:

1) H. Kayser, Wied. Ann. 43. p. 544. 1892.

„Da aber überhaupt noch nicht nachgewiesen ist, daß diese Differenz dem Drucke genau proportional ist, sondern alle Beobachtungen dafür sprechen, daß sie mehr oder weniger abweicht, so ergibt sich notwendig, daß die diffundierten Mengen auch dem Drucke nicht genau proportional sind. Es scheint demnach die Annahme, daß durch Dissoziation des Wassermoleküls der treibende Druck sich verändere, zur Erklärung der erwähnten Unregelmäßigkeiten nicht nötig.“

Hierzu bemerke ich, daß meine Versuche, besonders diejenigen mit Platin, sehr große Abweichungen von der Proportionalität der Diffusion mit dem Druck zeigen. So ist für Platin <sup>1)</sup> die Größe  $A$ , die konstant sein müßte, wenn die Diffusion proportional dem Drucke vor sich ginge, für den

Druck von		$A$
68,9 mm	gleich	0,0123
37,7 „	„	0,0159
11,6 „	„	0,0283

Es diffundiert also bei dem kleinen Druck von 11,6 cm

$$\frac{0,0283}{0,0123} = 2,3$$

mal so viel, als nach der Annahme der Proportionalität diffundieren sollte.

Ferner nimmt die Adsorption mit wachsender Temperatur (wenigstens bei hohen Temperaturen) ab. Meine Versuche wurden aber bei Rotglut der Metalle angestellt, also bei einer Temperatur, bei der die Adsorption schon weit zurückgegangen und wohl nur wenig von Null verschieden ist. Ich halte es deshalb *nicht für wahrscheinlich, daß die maßgebenden Drucke sich durch die Adsorption so stark geändert haben sollten, wie es nach der obigen Ausführung notwendig wäre.* Dabei ist zuzugeben, daß ein „Beweis“ für die Dissoziation des Wassermoleküls durch meine Versuche nicht geliefert ist; ebenso wenig ist aber auch der Beweis geliefert, daß diese Versuche durch ein bestimmtes Verhalten der Adsorption zu erklären seien.

Wie kommt es aber, daß nach den Versuchen des Hrn. Schmidt — unter der Voraussetzung, der Druck des Gases im Innern des Apparates sei  $(D - x)$  — die Diffusion so nahe

1) A. Winkelmann, Ann. d. Phys. 8. p. 397. 1902.

proportional der wirksamen Druckdifferenz stattfindet, während bei meinen Versuchen mit Platin<sup>1)</sup> sich eine so starke Abweichung von der Proportionalität ergibt? Bei den Versuchen des Hrn. Schmidt war der äußere Druck konstant gleich dem äußeren Luftdruck  $D$ . Der innere Druck lag zwischen den Grenzen  $(D - 150)$  und  $(D - 300)$  mm. Setzt man  $D = 760$  mm, so variiert der innere Druck zwischen 610 und 460 mm; das Verhältnis dieser Drucke ist nur 1,33. Bei den oben erwähnten Versuchen der Diffusion durch gleitendes Platin war der äußere Druck des Wasserstoffs ebenfalls konstant, nämlich gleich Null, der Druck im Innern variierte aber zwischen 68,9 cm und 11,6 cm; das Verhältnis dieser Drucke ist 5,94. Nun nimmt aber bei konstanter Temperatur nach der Dissoziationstheorie der Dissoziationsgrad zu mit abnehmendem Druck. Um das Resultat des Hrn. Schmidt zu verstehen, reicht deshalb die Annahme aus, daß bei der Druckänderung im Verhältnis von 1,33 auf 1 und bei der verwendeten Temperatur der Dissoziationsgrad sich erst so wenig ändert, daß eine Abweichung von dem Gesetze der Proportionalität der Diffusion mit dem wirksamen Druck noch nicht erkennbar ist.

Jena, Februar 1905.

1) Ich möchte hierbei bemerken, daß, wie ich schon früher (Ann. d. Phys. 8. p. 400, Ann. 1902) betont habe, meine Versuchszahlen über die Diffusion durch Palladium wegen der Versuchsbedingungen nicht einwandfrei sind.

(Eingegangen 23. Februar 1905.)

# 10. Heliumröhren als Indikatoren für elektrische Wellen; von Ernst Dorn.

Zum Nachweis schneller elektrischer Schwingungen sind Röhren mit verdünnten Gasen seit langer Zeit vielfach benutzt.<sup>1)</sup>

Durch die Arbeiten von Hrn. Drude<sup>2)</sup> über Tesla-Transformatoren und verwandte Gegenstände hat diese Methode neuerdings an Bedeutung gewonnen, insbesondere da die von Hrn. Drude konstruierten Apparate in vielen physikalischen Instituten Eingang gefunden haben.

Hr. Drude selbst bediente sich einer Form der Röhre, die er als „Warburg-Röhre“ bezeichnet: in das Innere derselben ist durch Elektrolyse metallisches Natrium eingeführt, zu welchem Zweck eine Elektrode angebracht ist.

Fanden in einer offenen Spule elektrische Schwingungen statt, so wurde das elektrodenlose Ende der Röhre an ein Ende des Spulendrahtes angelegt oder auch nur ihm genähert, ähnlich wurde bei Kondensatoren verfahren. Bei Schwingungen in Paralleldrähten wurde die Warburg-Röhre über dieselben gelegt.

Im hiesigen Institut hatte sich bei dem Drudeschen Apparat für elektrische Wellen in Luft und Flüssigkeiten<sup>3)</sup> eine Heliumröhre der gewöhnlichen Plückerschen Form seit Jahren vorzüglich bewährt. Dieselbe Röhre zeigte sich einer *ausgesuchten* Warburg-Röhre in Anwendung auf einen neueren Drudeschen Apparat für Schwingungsdauer und Selbstinduktion von Drahtspulen<sup>4)</sup> so sehr überlegen, daß ich eine Reihe von Heliumröhren verschiedener Form und verschiedenen Druckes

1) E. Dragoumis, Nature **39**. p. 548. 1889; Lecher, Wied. Ann. **41**. p. 850. 1890; L. Zehnder, Wied. Ann. **47**. p. 77. 1892; **49**. p. 549. 1893; **52**. p. 34. 1894.

2) P. Drude, Wied. Ann. **55**. p. 633. 1895; Ann. d. Phys. **9**. p. 611. 1902; **13**. p. 512; **15**. p. 709. 1904; **16**. p. 117. 1905.

3) Später als „Apparat I“ bezeichnet.

4) „Apparat II“. P. Drude, Ann. d. Phys. **9**. p. 293. 1902.



herstellen ließ<sup>1)</sup> und ihre Brauchbarkeit für verschiedene Zwecke prüfte. Nachstehend teile ich einige Erfahrungen darüber mit.

1. *Plücker-Form* (Kapillare mit erweiterten Ansätzen) mit zwei Elektroden.

Besonders geeignet für Apparat I; die Kapillare wird am ersten Schwingungsbauch über beide Drähte gelegt.

Während die *Warburg-Röhre* Verdunkelung des Zimmers verlangt, kann man mit *Heliumröhren* von 3—5 mm Druck bei gedämpftem Tageslicht oder ziemlich heller künstlicher Beleuchtung arbeiten und also ohne weiteres auch die Skalen ablesen. Röhren mit 10 mm Druck sprechen etwas weniger leicht an, sind aber noch heller.

Übrigens befördert ein neben der Röhre über die Drähte gelegtes Spiegelstreifen mit schmalem Schlitz in der nach oben gewandten Belegung das Ansprechen.

Die Versuche von Hertz mit Oszillator und kreisförmigem Resonator sowie die von Seibt über Resonanz von Drahtspulen lassen sich mit diesen Röhren im verdunkelten Hörsaal einem großen Zuhörererkreise sichtbar machen.

2. Die *Plücker-Form* mit einer Elektrode (3—5 mm Druck) gestattet eine vielseitige Verwendung, sie ist bei Apparat I und II von Drude brauchbar. Bei letzterem wird das elektrodenlose Ende auf- oder angelegt, wie die Warburg-Röhre; die Heliumröhren sind aber weit empfindlicher und heller, so daß man in mäßig erleuchteten Räumen noch bequem arbeiten und in verdunkelten das Leuchten auf weite Entfernung sehen kann.

3. Die *Plücker-Form ohne Elektroden* ist insofern weniger bequem, als sie nach längerer Ruhe schwer anspricht und erst durch eine kräftigere Wirkung — Annäherung an ein Induktorium oder eine Tesla-Spule — angeregt werden muß.

4. *Zylindrische Röhre* von 20 cm Länge, 1,1 cm Durchmesser mit einer Elektrode; Glas ziemlich dünn.

Röhren dieser Form waren wohl die empfindlichsten von allen; sie bieten den Vorteil, daß man nach Vorgang von Hrn. Drude die Stärke der Erregung beurteilen kann aus der

1) Die Röhren werden von Hrn. Glastechniker F. O. R. Goetze, Leipzig, gefertigt.

Länge der Lichtsäule, welche von der auf- oder angelegten Stelle sich in den Zylinder hineinzieht.

Hr. Drude, dem ich Röhren der ersten drei Formen übersandte, fand, daß sie seine besten Warburg-Röhren an Empfindlichkeit übertreffen und daß insbesondere die Helligkeit im kapillaren Teil so stark ist, daß man gut bei gedämpftem Tageslicht arbeiten kann.

Zum Vergleich habe ich auch einige andere Gase geprüft. Das von anderer Seite empfohlene Neon (Plücker-Röhre mit zwei Elektroden, 4 mm Druck und Zylinderröhre, letztere im hiesigen Institut von Hrn. Dr. R. Schmidt und Dr. S. Valentin gefüllt), schien etwa ebenso empfindlich wie Helium, leuchtete aber schwächer, noch mehr stand das Licht des ebenfalls recht empfindlichen Krypton zurück. Einer Verwendung dieser Gase ist ihr hoher Preis hinderlich. Argon (Plücker-Röhre ohne Elektroden, 3 mm) sprach 4,5 cm von einem Spulenende an, welches eine 3 mm He-Röhre auf 7 cm noch erregte. Auf 4,5 cm Abstand leuchtete dann auch eine Zehnder-Röhre, aber sehr schwach. Stickstoff (Zylinder ohne Elektroden,  $\frac{1}{2}$ —1 mm) war an Empfindlichkeit dem He etwa gleich, aber weit weniger gut sichtbar; bei höherem Druck sprach Stickstoff überhaupt kaum an. Kohlensäure (die bekannten Röhrenformen von den Tesla-Versuchen) schien dem He nicht gleichwertig zu sein.

Von den zylinderförmigen Röhren kann man noch vielfach Gebrauch machen, z. B. für eine Modifikation der *Winkelmannschen*<sup>1)</sup> *Methode zur Ermittlung der Dielektrizitätskonstanten*.

Ein Ende der Sekundärspule eines Tesla-Transformators wurde geerdet, das andere durch einen 2,5 m langen Draht mit einer isolierten kreisförmigen Metallplatte von 8 cm Durchmesser verbunden, welche zwischen den Platten eines Kohlerausch-Kondensators angebracht war. Eine dieser letzteren konnte meßbar verschoben werden.

Auf einem Paraffinblock waren zwei Messingringe von 1 cm Breite derart angeschmolzen, daß sie die Zylinderröhre

1) Ebenso für die Methode von J. E. H. Gordon, Phil. Trans. 28. p. 417. 1879.

nahe den Enden umfaßten; jeder Ring war mit einer Platte des Kondensators verbunden.

Durch passende Regulierung der Funkenstrecke ließ sich erreichen, daß sich von den Ringen zwei Lichtkegel in die Röhre erstreckten, die zwischen ihren Spitzen einen Zwischenraum von etwa 1 cm ließen.

Dieser Zwischenraum konnte durch Verschieben der beweglichen Platte symmetrisch zu zwei auf dem Paraffinblock gezeichneten Strichmarken eingestellt werden; die durchschnittliche Abweichung der Einstellungen vom Mittel war etwa 0,1 bis 0,2 mm, ein weit günstigeres Ergebnis, als im hiesigen Institut bei Verwendung einer kleinen Funkenstrecke als Indikator oder der ursprünglichen Winkelmannschen Methode mit Induktorium und Telephon erzielt werden konnte.

Die Operation wurde wiederholt, nachdem eine nicht zu dicke Platte eines Dielektrikums zwischen die mittlere und die verschiebbare Kondensatorplatte gebracht war.

Ist  $d$  die Dicke des Dielektrikums,  $\alpha$  die Differenz der Einstellungen mit und ohne Dielektrikum, so hat man bekanntlich die Dielektrizitätskonstante  $K = d/d - \alpha$ .

Der Durchmesser der beiden Paare von Kondensatorplatten war (A) 6,0 bez. (B) 15,0 cm.

Indem ich die Luftzwischenräume möglichst klein machte, erhielt ich die in nachstehender Tabelle vereinigten Ergebnisse ( $\Delta$  ist der Plattendurchmesser für das Dielektrikum).

Substanz	$\Delta$ (mm)	$d$ (mm)	Kond.-Pl.	$\alpha$ (mm)	$K$
Paraffin	166	7,81	A	4,50	2,36
—	—	—	B	4,47	2,34
—	168	17,81	A	9,30	2,09
—	—	—	B	9,10	2,05
—	120	19,60	A	10,87	2,25
Schwefel	112	20,85	A	15,17	3,67

Die zweite Paraffinplatte war nicht frei von Blasen, die dritte und die Schwefelplatte hatten für die Platten B einen zu kleinen Durchmesser.

Vergrößerung der Luftzwischenräume führte zu kleineren Werten von  $K$ , was wohl in der Veränderung des Kraftlinienverlaufes seinen Grund hat.

Die Heliumröhre wird sich auch für andere Messungen, z. B. das Verfahren von Nernst<sup>1)</sup>, zur Kapazitätsvergleichen mit schnellen Schwingungen vorteilhaft verwenden lassen.

Das *Licht* der Heliumröhren bei diesen Versuchen in den weiten Röhren ist weißlich (rosa bis lilagrau); also von der gewöhnlichen gelben Farbe abweichend; ich prüfte es daher mit einem lichtstarken Spektralapparat. Es zeigten sich die Hauptlinien des bekannten He-Spektrums: 6678, 5876, 5016, 4922, 4714, 4472, ferner eine diffuse Helligkeit 5512—5428 und 5076—5012. Die Verteilung der Lichtstärke war aber verändert, indem die rote Linie kaum sichtbar, die sonst so helle gelbe Linie nur mäßig stark, die grüne Linie aber sehr hervortretend war.

Halle, 18. Februar 1905.

1) W. Nernst, Wied. Ann. **60**. p. 600. 1897.

(Eingegangen 21. Februar 1905.)

11. *Eine Bemerkung zur Arbeit  
des Hrn. R. Feustel: „Über Kapillaritäts-  
konstanten etc.“; von Gottlieb Kučera.*

Herr R. Feustel stellt Ann d. Phys. 16. p. 66. 1905 fest, daß die in meiner Arbeit: „Über die Oberflächenspannung von polarisiertem Quecksilber“<sup>1)</sup> „gewonnenen Zahlen nicht als physikalische Konstanten gelten können“, da sie „einer exakten Grundlage entbehren, und da sich diese nicht durch Häufung von Beobachtungen ersetzen läßt“. Dieses Urteil wird damit begründet, daß ich die Tropfenwägungsmethode angewandt habe, welche, wie ich ja selbst *ausdrücklich* bemerkt habe, den Nachteil hat, „daß sich bisher keine Formel angeben läßt, welche den gesetzmäßigen Zusammenhang zwischen Tropfengewicht, Oberflächenspannung, Radius der Ausflußöffnung und eventuell Zeit exakt darstellen würde“.<sup>2)</sup> Mein Ziel war aber nicht die Feststellung absoluter Größen physikalischer Konstanten, sondern es waren dies Relativmessungen, um den *Gang* gewisser Größen verfolgen zu können.

Die Konstante in der Gleichung

Tropfengewicht = konst. Oberflächenspannung,

welche bisher als nur von der Tropfzeit und vom Röhrenradius abhängig angenommen wurde, kann bei meinen Messungen, da hierbei außer den beiden erwähnten Größen auch die abtropfende Flüssigkeit (Quecksilber) stets dieselbe blieb, höchstens eine Funktion der Oberflächenspannung selbst sein, jedoch sicherlich eine sich sehr wenig mit der Oberflächenspannung

1) G. Kučera, Habilitationsschrift. Leipzig 1903; Ann. d. Phys. 11. p. 529 u. 698. 1903.

2) G. Kučera, l. c. p. 16; l. c. p. 531.

ändernde. Dies erhellt unter anderem auch aus meiner Berechnung der Umrechnungskonstante<sup>1)</sup> auf Grund der Meßresultate von Paschen, die mittels der Steighöhenmethode gewonnen sind, und mit den betreffenden meinigen die beste Übereinstimmung zeigen. Dieser Faktor, der im Mittel als 6,518 ausgerechnet wurde bei vier Oberflächenspannungen von ca. 32 mg/mm, und drei solchen von ca. 43 mg/mm, müßte bei getrennter Berechnung 6,55 bei  $\alpha \sim 32$ , und 6,49 bei  $\alpha \sim 43$  heißen, würde also bei einer Veränderung der Oberflächenspannung um 34 Proz. selbst um weniger als 1 Proz. variieren. Da Paschen selbst schreibt, daß seine Einzelbeobachtungen um ca. 1 Proz. voneinander abwichen, habe ich diese *mögliche*, aber vorläufig noch nicht *erwiesene* Veränderlichkeit des Umwandlungsfaktors nicht berücksichtigt. Ist ja der Einfluß dieser Vernachlässigung auf die *einzigsten* absoluten Werte der „physikalischen Konstanten“, die ich in der zitierten Arbeit anzugeben mir erlaubt habe, kein irgendwie ins Gewicht fallender, „da es sich dabei um Zahlen handelt, die untereinander um höchstens 8 Proz. variieren“; deshalb „wird durch die Unsicherheit im Umwandlungsfaktor ihr absoluter Wert um ca.  $\frac{1}{2}$  Proz. falsch sein können, aber die *Veränderungen* werden dadurch nicht im merklichen Maße berührt“.<sup>2)</sup> Der einzige Effekt der Einführung des veränderlichen Faktors in die Rechnung wäre der, daß in der Fig. 7 p. 707 (Fig. 8, Habilitationsschrift p. 67) der Punkt für  $H_2O$  statt an der Abszissenachse um ca. 0,2 tiefer zu liegen käme. An den *Resultaten* der Arbeit wird dadurch gar nichts geändert, auch nicht durch die Arbeit der Herren Gouye und Perrot, die ich (Habilitationsschrift p. 17) selbst gebührend zitiere.

Ich hatte geglaubt behaupten zu dürfen, daß von mir „zum ersten Male die *kapillarelektischen Phänomene* an vollständig frischen, sich immer erneuernden Quecksilberoberflächen studiert“ wurden<sup>3)</sup>, da ich bisher die zehn Zahlenangaben, die Hr. Cantor<sup>4)</sup> für die Oberflächenspannung von polarisiertem

1) G. Kučera, Habilitationsschrift p. 65; Ann. d. Phys. 11. p. 705.

2) G. Kučera, l. c. p. 66; l. c. p. 706.

3) G. Kučera, l. c. p. 20; l. c. p. 532.

4) M. Cantor, Wied. Ann. 47. p. 413. 1892.

Hg in 5 proz.  $\text{H}_2\text{SO}_4$  macht und die ich gebühlich als „einige wenige, hierher gehörige Werte“ (Habilitationsschrift p. 15) zitiert habe, nicht für ein einigermaßen erschöpfendes *Studium der kapillarelektischen Phänomene* gehalten hatte.

Dies glaubte ich anführen oder besser nochmals wiederholen zu müssen, um einer möglichen falschen Deutung der Ausführungen des Hrn. Feustel vorzubeugen.

Prag, Physik. Institut der böhmischen Universität,  
Februar 1905.

(Eingegangen 24. Februar 1905.)

## 12. *Berichtigung; von G. Schmaltz.*

---

Bd. 16. p. 403. 1905 muß es heißen:

„Unter der Voraussetzung, daß die *Quadrate* der Radien dieser Kurven direkt proportional sind den Wärmeleitfähigkeiten in deren Richtung“ etc., wie sich aus der angezogenen theoretischen Untersuchung von Jannettaz, sowie der durchgeführten Rechnung unmittelbar ergibt.

(Eingegangen 9. März 1905.)

---



ien  
ig-  
nen  
ch-